

**Duha (A4)**

Jitka Prokšová, Pedagogická fakulta ZČU, Plzeň

Tento článek je určen studentům řešícím FO v kategorii A. Redakce doporučuje jeho rozmnожení a rozdání studentům.

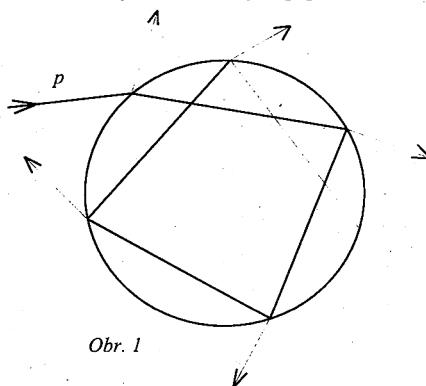
Duhu řadíme mezi běžné optické úkazy v atmosféře. Přestože ji každý jistě mnohokrát viděl, dokáže nás vždy znova upoutat – nejen svou nápadnou zářivou barevností na jinak šedo-modré obloze, ale snad nejvíce tím, jak je pokaždé jiná. Pokusme se nyní vysvětlit, proč tomu tak je.

Oblouk duhy vzniká při průchodu slunečních paprsků vrstvami vzduchu, obsahujícími v dostatečném množství vodní (obvykle deštové) kapky, přičemž Slunce se nachází za pozorovatelem. Je to jev, který se vytváří nejen důsledkem lomu a vnitřních odrazů světelných paprsků na vodních kapkách, ale i interferencí lomených a odražených paprsků.

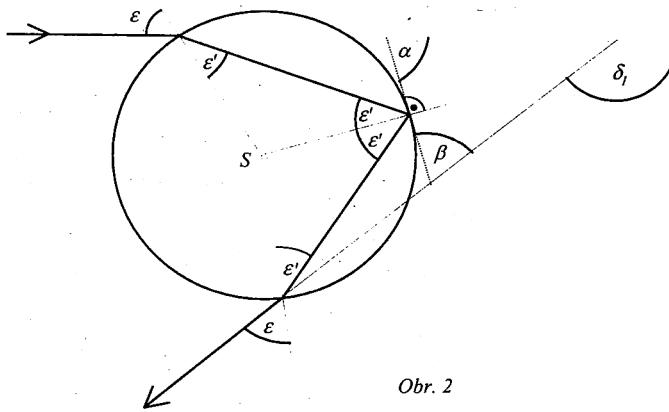
Vyjděme tedy nejdříve z poznatků geometrické optiky, ke kterým později přiblížíme některé důsledky vyplývající z vlnové povahy světla. Na obr. 1 je znázorněn řez kulovou kapkou, na kterou dopadá paprsek  $p$  monochromatického světla. Část světla se odraží a část se láme do kapky, tento postup se opakuje pokaždé, když paprsek dospeje k povrchu kapky (tedy čím více vnitřních odrazů paprsek prodélá, tím je jeho výsledná intenzita menší).

V případě jednoho vnitřního odrazu změní paprsek svůj směr o tzv. úhel stoupení  $\delta$ , který snadno určíme z obr. 2

$$\alpha = \beta = (\varepsilon - \varepsilon') + \left( \frac{\pi}{2} - \varepsilon' \right) \Rightarrow \delta_i = \alpha + \beta = 2 \cdot (\varepsilon - \varepsilon') + (\pi - 2 \cdot \varepsilon'). \quad (1)$$



Obr. 1



Obr. 2

Pro  $k$  vnitřních odrazů pak platí:

$$\delta_k = 2 \cdot (\varepsilon - \varepsilon') + k \cdot (\pi - 2 \cdot \varepsilon'), \quad (2)$$

přičemž

$$\sin \varepsilon = n \cdot \sin \varepsilon', \quad (3)$$

kde  $n$  je index lomu vody.

Budeme předpokládat, že na vodní kapku dopadá svazek rovnoběžných paprsků stejně nové délky a chceme určit, ve kterých směrech vystoupí tyto paprsky z kapky po určitém počtu vnitřních odrazů. Využijeme přitom tzv. principu minimální odchylky: v těch případech, kdy ve funkční závislosti úhlu dopadu  $\varepsilon$  existuje lokální minimum, dochází ve směrech odpovídajících této minimální odchylce ke koncentraci intenzity světla.

Abychom našli mezní hodnotu úhlu  $\delta_k$ , který závisí na úhlu dopadu  $\varepsilon$ , určíme extrém:

$$\frac{d\delta_k}{d\varepsilon} = 0. \quad (4)$$

Derivací (4) podle  $\varepsilon$  vychází

$$\frac{d\delta_k}{d\varepsilon} = 2 \cdot \left( 1 - \frac{d\varepsilon'}{d\varepsilon} \right) + k \cdot \left( -2 \cdot \frac{d\varepsilon'}{d\varepsilon} \right) = 0, \quad (5)$$

tedy

$$\frac{d\delta_k}{d\varepsilon} = 2 \cdot \left[ 1 - (k+1) \cdot \frac{d\varepsilon'}{d\varepsilon} \right] = 0. \quad (6)$$

Derivací rovnice (3) dostaneme

$$\frac{d\varepsilon'}{d\varepsilon} = \frac{\cos \varepsilon}{n \cdot \cos \varepsilon'} \quad (7)$$

a po dosazení (7) do (6) a drobné úpravě dostaneme důležitý vztah pro úhel dopadu  $\varepsilon$ , při kterém nastává extrémní stočení paprsku vůči jeho původnímu směru, a sice:

$$\cos \varepsilon = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k^2 + 2 \cdot k}}. \quad (8)$$

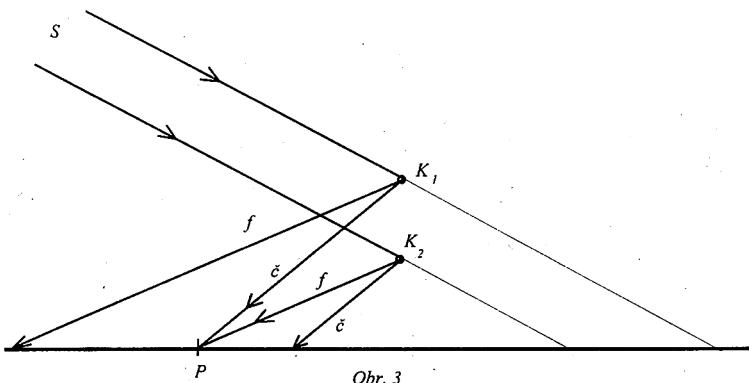
Pro případ jednoho vnitřního odrazu bude  $k=1$ , index lomu vody bude např. pro červené světlo roven 1,33, a pak z (4) vyplývá pro  $\varepsilon$  minimální hodnota  $59^\circ 37'$ . Pomocí (3) a (2) vypočteme ještě  $\varepsilon'_{\min} = 40^\circ 26'$  a  $\delta_{\min} = 137^\circ 30'$ . To znamená, že paprsky dopadající na kapku pod úhly blízkými  $59^\circ 37'$  se ze všech paprsků nejméně odchylují a jsou odkloněny v rovnoběžném svazku o úhel  $137^\circ 30'$ .

Zatím jsme však zkoumali pouze světlo monochromatické. Ve skutečnosti obsahují sluneční paprsky světlo různých vlnových délek, a jelikož index lomu je funkcí vlnové délky, dostaneme různé úhly stočení ( $\varepsilon'_f < \varepsilon'_c \Rightarrow \delta_{\min c} < \delta_{\min f}$ ). Paprsek bílého světla je pak rozložen podle spektrálních barev.

Předpokládejme, že v atmosféře je obsaženo velké množství kapek a že sluneční záření je tvořeno soustavou rovnoběžných paprsků. Jedním vnitřním odrazem slunečních paprsků na svislém pásu kapek přicházejí do oka pozorovatele paprsky jednotlivých barev, vzniká tedy svisle spojité spektrum (jehož horní vnější okraj je červený a spodní fialový) o úhlové šířce přibližně  $2^\circ$ .

Všechny monochromatické paprsky přicházejí do oka pozorovatele z bodů, z nichž je vidět Slunce od pozorovatele v úhlové vzdálenosti

$$\alpha = 180^\circ - \delta_{\min}.$$



Obr. 3

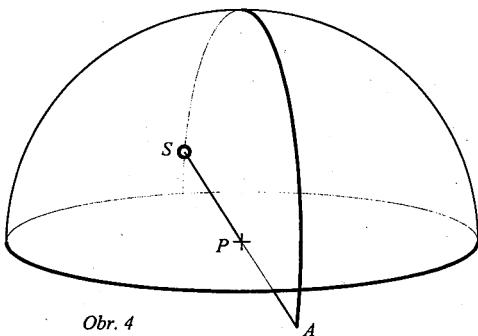
Tyto body leží na kružnici, jejíž střed se nachází na přímce spojující Slunce s pozorovatelem, avšak na opačné straně než Slunce. Nazýváme jej tzv. protislunečním bodem  $A$ .

Při vzdutství výše Slunce bod  $A$  klesá, takže oblouk nad obzorem je stále menší. Pozorovatel tedy vidí duhu jako pás tvořený soustřednými barevnými kružnicemi. Takto vzniklá duha (tzn. při poloze Slunce nad obzorem do  $42^\circ 30'$ ) se nazývá hlavní (primární).

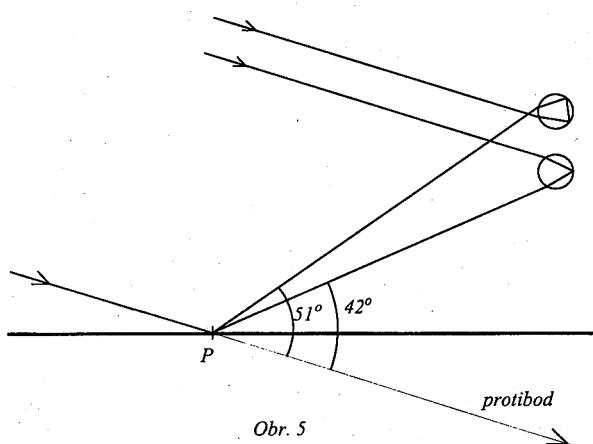
Dvojnásobným vnitřním odrazem na vodní kapce dochází k vytvoření tzv. vedlejší (sekundární) duhy, neboli pro  $k=2$  vyplývají tyto hodnoty úhlů:  $\varepsilon \approx 74^\circ 53'$ ,  $\varepsilon'_{\min} = 45^\circ 35'$  a  $\delta_{\min} = 230^\circ 16'$ . Jedná se o sudý počet vnitřních odrazů, a proto vystupující

paprsk svírá se směrem dopadajícího paprsku úhel doplňkový k  $\delta_{\min}$ , tzn.  $360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$ . Při zpětném promítnutí na něbeskou klenbu to znamená, že vedlejší duha bude asi  $8^\circ$  nad hlavní duhou (tedy je možné ji pozorovat, dokud výška Slunce nad obzorem nepřesáhne  $50^\circ$ ).

Šířka pásu vedlejší duhy je dvakrát větší než v případě hlavní duhy – tedy asi  $4^\circ$ . Vedlejší duha je ale méně výrazná a



Obr. 4



Obr. 5

je pro ni charakteristicky převrácený sled barev (uvnitř červená, vně fialová).

Jen vzácně se setkáváme s tzv. terciální duhou, která je vytvářena paprsky odrážejícími se uvnitř kapky třikrát ( $\delta_{\min} \doteq 43^\circ$ ) a která je tedy pozorovatelná na opačné straně než duha hlavní a vedlejší. Bývá proto také nazývána „duhou kolem Slunce“.

Při dalších vícenásobných odrazech dochází k takovému zeslabení intenzity slunečních paprsků, že při pozorování pouhým okem je spatření takového jevu velmi nepravděpodobné.

Při výkladu duhy je třeba uvážit, že duha neobsahuje jen světlo paprsků minimální odchylky (viz obr. 6 – paprsek  $p$ ), ale je výsledkem interferenze lomených a odražených paprsků. Paprsky, které na kapku dopadají pod paprskem  $p$  (tzn. paprsky typu  $p_2$ ) vystupují z kapky nad  $p'$ . Ostatní paprsky (typu  $p_1$ ) vstupující nad paprskem  $p$  ji opouštějí pod  $p'$ , ale vnikají přitom do prostoru nad tímto paprskem.

Všechny tyto paprsky jsou kohärentní a tedy navzájem interferují. Vzdálenosti maxim a jejich velikost mohou vycházet rozdílně (v případě červeného světla, které se nejméně odchyluje, vznikají hlavní maxima při menších úhlech než u fialového světla). Překrýváním všech barevných složek se pak vytváří výsledný barevný vjem.

Pro praktického pozorovatele může být velmi zajímavá souvislost vzhledu hlavní (popřípadě vedlejší) duhy s velikostí vodních kapek, což uvádí následující tabulka:

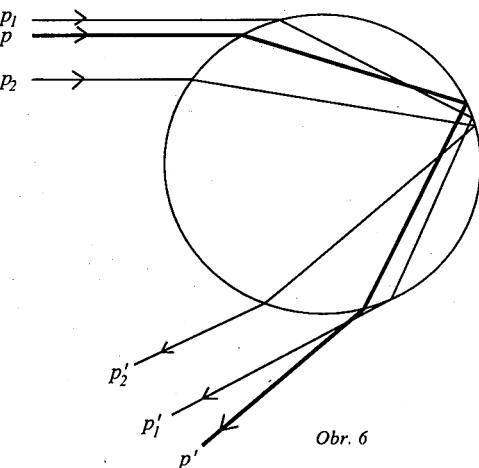
Tabulka č. 1: Závislost vzhledu duhy na velikosti vodních kapek

Poloměr vodních kapek	Charakteristika vzhledu duhy
(0,5–1) mm	široký fialový pruh, jasně patrná zelená a červená barva, větší počet podružných duhových oblouků, v nichž je nejjednodušší fialová a zelená barva
0,25 mm	slabší červená barva, menší počet podružných duhových oblouků s převládající fialovou a červenou barvou
(0,10–0,15) mm	poměrně široký pás duhy téměř bez červené barvy, nažloutlé podružné duhové oblouky
(0,04–0,05) mm	široký a poměrně bledý pás duhy, nejvíce patrná fialová barva
0,03 mm	bílý pruh v hlavní duze
< 0,025 mm	tzv. duha v mlze jevící se pouze jako bílý pruh

#### Literatura:

[1] Bednář J.: *Pozoruhodné jevy v atmosféře*. Academia, Praha 1989.

[2] Fuka J., Havelka B.: *Optika*. SPN, Praha 1961.



Obr. 6