

## Zastoupení jednotlivých nuklidů v rozpadových řadách (A5)

Karel Rauner, Pedagogická fakulta ZČU, Plzeň

*Tento článek je určen studentům řešícím FO v kategorii A. Redakce doporučuje jeho rozmnožení a rozdáni studentům.*

Jak jsem již ukázal v článku [1], stále se ještě najdou vzdělání lidé, kteří z přírodního výskytu nuklidů s krátkými poločasy rozpadu dělají chybné závěry.

Většina atomů, ze kterých se skládají lidé, jejich okolí a celá Země, vznikala zčásti v době před nějakými 5 miliardami let, kdy byla hmota naší původní mlhoviny přetvořena výbuchem supernovy, zčásti jsou atomy na Zemi a ve sluneční soustavě mnohem starší: pocházejí z raného stadia vzniku vesmíru po velkém třesku. Jen malá část atomů na Zemi má novější původ: některé vznikly z původně radioaktivních prvků, jiné přetvořením původních atomů kosmickým zářením, další skupinu tvoří atomy vyrobené (fragmenty štěpení z jaderných zbraní a elektrárén, složené atomy z termonukleárních výbuchů a výzkumných experimentů). Protože je podíl člověkem vytvořených radioaktivních nuklidů na Zemi zanedbatelný, budeme se dále zmiňovat jen o radioaktivních nuklidech přírodních.

V současné době tvoří většinu radioaktivních nuklidů v přírodě izotopy prvků s protonovým číslem nad 82, podléhající radioaktivní přeměně  $\alpha$  a  $\beta^-$ . Protože se při  $\alpha$ -rozpadu nukleonové číslo zmenší o 4 a při  $\beta^-$ -přeměně se nukleonové číslo nemění, lze těžké radioaktivní nuklidy zařadit do 3 rozpadových řad:

### 1. řada uranová

- všechny její součásti mají nukleonové číslo typu  $4n+2$ ,
- začíná izotopem uranu  ${}^{238}_{92}\text{U}$ ,
- v přírodě se vyskytuje díky velkému poločasu tohoto nuklidu:  $4,5 \cdot 10^9$  let,

### 2. řada aktiniová

- všechny její součásti mají nukleonové číslo typu  $4n+3$ ,
- začíná izotopem uranu  ${}^{235}_{92}\text{U}$ ,
- v přírodě se vyskytuje díky velkému poločasu tohoto nuklidu:  $7,0 \cdot 10^8$  let,

### 3. řada thoriiová

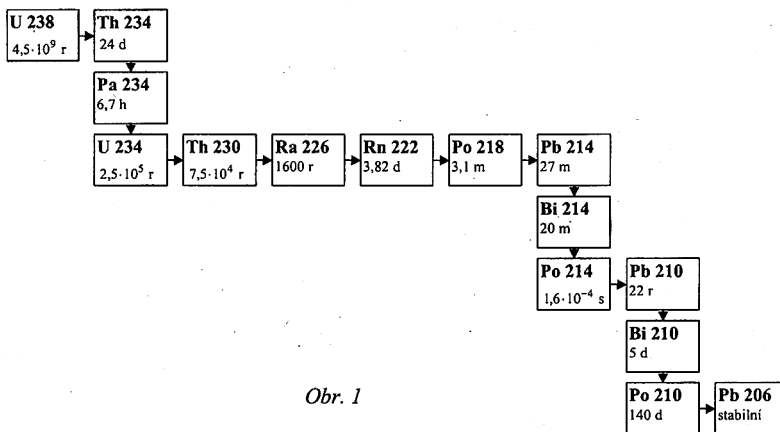
- všechny její součásti mají nukleonové číslo typu  $4n$ ,
- začíná izotopem uranu  ${}^{232}_{90}\text{Th}$ ,
- v přírodě se vyskytuje díky velkému poločasu tohoto nuklidu:  $1,4 \cdot 10^{10}$  let.

Naopak řada těžkých prvků s nukleonovým číslem typu  $4n+1$  (neptuniová) se v přírodě již nevyskytuje, poločas rozpadu počátečního prvku:  ${}^{241}_{94}\text{Pu}$  je příliš malý (14,4 let), nuklid s nejdelším poločasem v této řadě  ${}^{237}_{93}\text{Np}$  má poločas rozpadu  $2,14 \cdot 10^6$  let. Jednoduchým výpočtem můžeme zjistit, že za 300 poločasů, tedy za „pouhých“  $6,4 \cdot 10^8$  let, klesne množství neptunia na  $4,9 \cdot 10^{-91}$  násobku původního množství, což z hlediska fyziky znamená, že ve vesmíru nezbude ani jeden atom. Další radioaktivní nuklidy:  ${}^{40}_{19}\text{K}$ ,  ${}^{87}_{37}\text{Rb}$ ,  ${}^{115}_{49}\text{In}$ ,  ${}^{138}_{57}\text{La}$ ,  ${}^{150}_{60}\text{Nd}$ ,  ${}^{147}_{62}\text{Sm}$ ,  ${}^{176}_{71}\text{Lu}$ ,  ${}^{187}_{75}\text{Re}$  se v přírodě dosud vyskytují díky velkým poločasům rozpadu (větším než miliarda let).

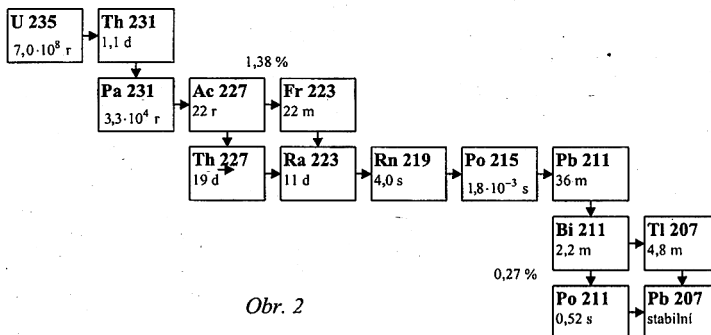
• rauner@kof.zcu.cz

**Příklad 1**

V kovovém uranu, který se dnes vyrábí z přírodních hornin, je izotop  $^{238}_{92}\text{U}$  zastoupen 99,3 %, izotop  $^{235}_{92}\text{U}$  je zastoupen 0,7 %, izotopu  $^{234}_{92}\text{U}$  je zanedbatelné množství. Vypočítejte vzájemný poměr zastoupení  $^{238}_{92}\text{U}$  a  $^{235}_{92}\text{U}$  v kovovém uranu před 3 miliardami let. Komentujte přitom také vývoj zastoupení  $^{234}_{92}\text{U}$ . Příslušné poločasy rozpadu můžete zjistit z obr. 1 a obr. 2, na kterých jsou odpovídající rozpadové řady (bez větvení, jejichž pravděpodobnost je menší než 0,001)\*\*.



Obr. 1



Obr. 2

**Řešení:**

Podle zákona radioaktivního rozpadu je počet dosud nerozpadlých atomů nuklidu dán vztahem:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

\*\* Pozor na odlišné a někdy i chybné údaje v tabulkách. Například poločas rozpadu  $^{234}\text{U}$  je v [2] výrazně chybný, obdobně [3] uvádí na s. 129 chybný údaj pro  $^{234}\text{Pa}$  (uvedená hodnota platí pro excitovaný stav).

kde  $N_0$  je počet atomů nuklidu v čase  $t = 0$ ,  $\lambda$  je rozpadová konstanta, která souvisí s poločasem rozpadu vztahem

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (2)$$

Rozpadový zákon lze upravit pro výpočet původního množství radionuklidu:

$$N_0 = N \cdot e^{\frac{t \cdot \ln 2}{T}} = N \cdot 2^{\frac{t}{T}}, \quad (3)$$

který můžeme využít k výpočtu zadaného příkladu. Zvolíme-li například pro uran 238  $N_{238} = 993$  a pro uran 235  $N_{235} = 7$ , získáváme při poločas rozpadu  $T_{238} = 4,5 \cdot 10^9$  let pro původní počet jader uranu 238 vztah

$$N_{0238} = N_{238} \cdot 2^{\frac{3}{4,5}} = 1576, \quad (4)$$

při poločas rozpadu  $T_{235} = 0,71 \cdot 10^9$  let pro původní počet jader uranu 235 vztah

$$N_{0235} = N_{235} \cdot 2^{\frac{3}{0,71}} = 131. \quad (5)$$

Celkový počet jader byl tedy 1707, proto před 3 miliardami let obsahoval přírodní uran 92,3 % uranu 238 a 7,7 % uranu 235. Protože uran 234 je součástí rozpadové řady uranu 238 a má mnohem menší poločas rozpadu, je s ním v radioaktivní rovnováze, pro kterou platí u libovolných dvou součástí řady\*\*\*\*:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (6)$$

Vzhledem k tomu, že poměr příslušných poločasů je  $5,6 \cdot 10^{-5}$ , je v dnešním přírodním uranu  $5,5 \cdot 10^{-3}$  % uranu 234, zatímco před 3 miliardami let bylo zastoupení uranu 234  $5,1 \cdot 10^{-3}$  %.

### Příklad 2

Vypočítejte, před kolika lety ( $\tau$ ) by současný přírodní uran obsahoval stejně atomů uranu 235 jako uranu 238.

**Řešení:**

Z rozpadového zákona ve tvaru (3) lze pro současný stav psát

$$N_{235} = N_{0235} \cdot 2^{-\frac{\tau}{T_{235}}}, \quad N_{238} = N_{0238} \cdot 2^{-\frac{\tau}{T_{238}}}. \quad (7)$$

Protože  $N_{0235} = N_{0238}$  a  $\frac{N_{238}}{N_{235}} = \frac{99,3}{0,7} = 140$ , je hledaným časem

$$\tau = \frac{\ln \frac{N_{238}}{N_{235}}}{\left( \frac{1}{T_{235}} - \frac{1}{T_{238}} \right) \cdot \ln 2}, \quad (8)$$

číselně asi  $6 \cdot 10^9$  let, což je čas větší než je stáří Země.

\*\*\*\* Tento vztah platí jen přibližně, a to za předpokladu, že poločas rozpadu prvního nuklidu v řadě je řádově větší než poločasy rozpadu všech následujících radioaktivních nuklidů.

**Příklad 3**

Před 3 miliardami let ( $\tau$ ) vznikl vzorek, který tvořil 1 kg (hmotnost  $m$ ) čistého uranu 238. Předpokládejte, že ve vzorku zůstanou všechny produkty rozpadů s výjimkou hélia (z částic

- $\alpha$  a  $\beta^-$  se vytvoří atomy hélia  ${}^4_2\text{He}$ ) a neutrin. Vypočtěte  
 a) poměrné zastoupení jednotlivých nuklidů v současné době,  
 b) hmotnostní zastoupení jednotlivých nuklidů v současné době,  
 c) počet uniklých atomů hélia,  
 d) současnou aktivitu vzorku,  
 e) aktivitu vzorku před 3 miliardami let.

**Řešení:**

a) Nejprve vypočítáme poměrné zastoupení  $P$  uranu 238 v současné době. Z (3) vyplývá:

$$P = 2 \frac{t_3}{T_{238}} \quad (9)$$

číselně  $P = 0,630$ . Poměrná zastoupení členů rozpadové řady  $P_i$  s výjimkou olova 206 vypočítáme ze vztahu (6). Číselné výsledky ukazuje tab. 1, ve které je zastoupení olova 206 vypočteno jako doplněk k 1\*\*\*\*.

b) Počet atomů (bez hélia) je stále stejný a můžeme jej určit jako počet atomů uranu 238 před 3 miliardami let:

$$N_{0\ 238} = \frac{m}{A_{238} \cdot u} \quad (10)$$

kde  $A_{238}$  je relativní atomová hmotnost,  $u$  je atomová hmotnostní jednotka. Za relativní atomovou hmotnost můžeme dosadit nukleonové číslo, nedopouštíme se tak větší chyby než 0,1 %. Vzhledem k přibližné platnosti zákona radioaktivní rovnováhy (6) to není podstatná chyba. Počty atomů v současnosti vypočítáme ze vztahu

$$N_i = P_i \cdot N_{0\ 238} \quad (11)$$

Pro výpočet hmotnosti jednotlivých složek využijeme vztahu

$$m_i = N_i \cdot A_i \cdot u \quad (12)$$

do kterého lze opět dosazovat za  $A_i$  nukleonová čísla.

c) Počet atomů hélia je možno určit jako

$$N_{\text{He}} = 8 \cdot N_{\text{Pb}} \quad (13)$$

kde  $N_{\text{Pb}}$  je současný počet atomů olova 206\*\*\*\*\*. K vzniku každého atomu  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$  musí totiž proběhnout 8  $\alpha$  rozpadů.

d) Pro aktivitu  $i$ -té složky platí

$$C_i = \lambda_i \cdot N_i = \frac{\ln 2}{T_i} \cdot N_i \quad (14)$$

kde  $\lambda_i$  jsou rozpadové konstanty a  $T_i$  poločasy rozpadů. Využijeme-li vztah (6), dostáváme pro mnohé možná nečekaný výsledek:

\*\*\*\* Tabulka 1 byla získána v Excelu, proto byly číselné hodnoty ponechány v původním tvaru.

\*\*\*\*\* Skutečný počet atomů hélia by měl být zvětšen o atomy uniklé z jednotlivých mezproduktů. Lze se však přesvědčit, že tento příspěvek je zanedbatelný.

$$C_i = \frac{\ln 2}{T_i} \cdot N_i, \quad (15)$$

kde  $T_i$  je poločas rozpadu a  $N_i$  současný počet atomů uranu 238. Aktivita každého radioaktivního nuklidu ve vzorku je tedy stejná:  $7,78 \cdot 10^6$  Bq. Protože v řadě je 14 radioaktivních nuklidů, je celková aktivita

$$C = 14 \cdot \frac{m \cdot \ln 2}{T_i \cdot A_{238} \cdot u} \cdot 2 \frac{t}{T_{238}} \quad (16)$$

Číselně je  $C = 1,09 \cdot 10^8$  Bq.

d) Aktivita před 3 miliardami let je

$$C_0 = \frac{\ln 2}{T_{238}} \cdot N_0 \cdot 238, \quad (17)$$

číselně  $C_0 = 1,24 \cdot 10^7$  Bq. Ke stejnému výsledku dojdeme výpočtem ze vztahu  $C_0 = \frac{C_1}{P}$ .

nuklid	poločas rozpadu $T_i$ / rok	poměrné zastoupení $P_i$	počet atomů v současnosti $N_i$	hmotnost $m_i$ / kg
U 238	4,50E+9	6,3E-01	1,59E+24	6,30E-01
Th 234	6,57E-2	9,2E-12	2,33E+13	9,04E-12
Pa 234	7,64E-4	1,1E-13	2,71E+11	1,05E-13
U 234	2,50E+5	3,5E-05	8,86E+19	3,44E-05
Th 230	7,50E+4	1,05E-05	2,66E+19	1,01E-05
Pa 226	1,60E+3	2,2E-07	5,67E+17	2,13E-07
Rn 222	1,05E-2	1,5E-12	3,72E+12	1,37E-12
Po 218	5,89E-6	8,2E-16	2,09E+09	7,55E-16
Pb 214	5,13E-5	7,2E-15	1,82E+10	6,45E-15
Bi 214	3,80E-5	5,3E-15	1,35E+10	4,78E-15
Po 214	5,07E-12	7,1E-22	1,80E+03	6,38E-22
Pb 210	2,20E+1	3,1E-09	7,79E+15	2,72E-09
Bi 210	1,37E-2	1,9E-12	4,85E+12	1,69E-12
Po 210	3,83E-1	5,4E-11	1,36E+14	4,73E-11
Pb 206	$\infty$	3,7E-01	9,36E+23	3,20E-01
celkem bez He			2,53E+24	9,50E-01
He 4	$\infty$		7,49+E24	4,98E-02

Tab. 1

#### Literatura:

[1] Rauner K.: *Kdy byla celá Země z radia?*, Školská fyzika VI, mimořádné číslo (1999), 98.