Magnetické obvody a nosná síla magnetů (A7)

Václav Havel, Fakulta pedagogická ZČU, Plzeň*

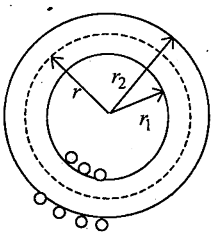
Tento článek je určen studentům řešícím FO v kategorii A. Redakce doporučuje jeho rozmnožení a rozdání studentům.

MAGNETICKÉ OBVODY

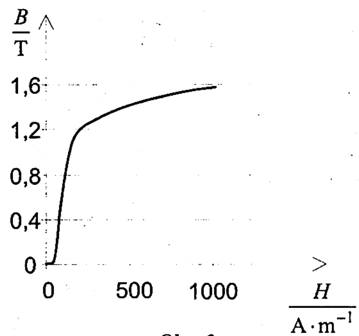
I když na první pohled jsou vlastnosti magnetických obvodů velmi odlišné od obvodů elektrických, poznáme, že zde existuje určitá analogie, která nemá pouze matematické příčiny. Jako jednoduchý případ posoudíme toroidální prstenec (obr. 1), zhotovený z feromagnetického materiálu, jehož prvotní magnetizační křivka je na obr. 2. Prstenec je rovnoměrně ovinut izolovaným drátem s n závity a jeho rozměry splňují vztah $\frac{r_2 - r_1}{r_1} \leq 0,2$ (potom je rozdíl intenzity magnetického pole na vnitřním a vnějším obvodu prstence menší než 0,3 %). Cílem řešení je nalezení magnetického indukčního toku Φ, když vinutím prochází proud I. Pro magnetický tok platí vztah

$$\Phi = B \cdot S, \qquad (1)$$

kde B je magnetická indukce, S je průřez prstence.

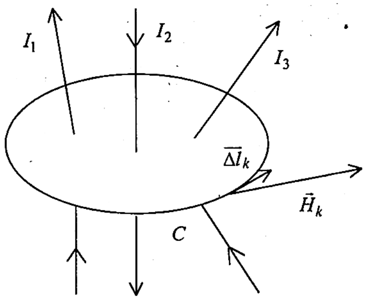


Obr. 1

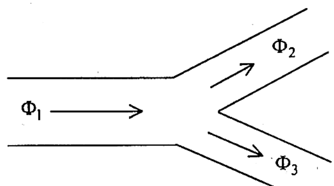


Obr. 2

Funkční závislost mezi intenzitou vnitřního magnetického pole a magnetickou indukcí je



Obr. 3



Obr. 4

dána magnetizační křivkou na obr. 2. V tomto případě uzavřeného prstence je vnitřní intenzita magnetického pole totožná s hodnotou pole vytvořeného vinutím, kterým prochází magneti-

* havelv@kof.zcu.cz

zační proud. K výpočtu intenzity magnetického pole užijeme Ampérova zákona, podle něhož je součet příspěvků $\sum_k \vec{H}_k \cdot \overrightarrow{\Delta l}_k$ podél uzavřené křivky (obr. 3) je roven algebraickému součtu proudů, které protínají plochu obepjatou uvažovanou křivkou.**

Lze tedy Ampérův zákon napsat ve tvaru

$$\sum_k \vec{H}_k \cdot \overrightarrow{\Delta l}_k = \sum_k I_k \,. \tag{2}$$

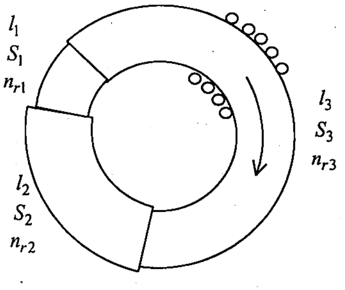
Veličinu na levé straně vztahu (2) nazýváme magnetomotorickým napětím a označujeme F_m. Má-li intenzita magnetického pole podél celé křivky stejnou hodnotu a směr tečny ke křivce, bude pro případ prstence a zvolenou křivku (vyznačena čárkovaně na obr. 1) $l = 2 \cdot \pi \cdot r$ a tedy

$$H = H_i = \frac{n \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \,. \tag{3}$$

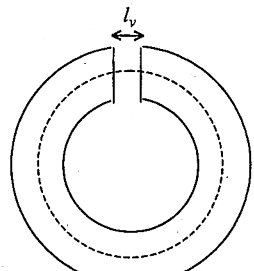
Je-li předepsán magnetický tok, vypočteme potřebnou magnetickou indukci ze vztahu (1) a potom z grafu $B(H)$ najdeme potřebnou intenzitu magnetického pole a ze vztahu (3) magnetizační proud. Naopak můžeme opačným postupem ze známé hodnoty magnetizačního proudu vypočítat magnetický tok. Někdy ovšem můžeme využít znalosti hodnoty relativní permeability μ_r. Potom vztah (1) je možno přepsat jako

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S \cdot F_m}{l} = \frac{F_m}{\dfrac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}} = \frac{F_m}{R_m} \,. \tag{4}$$

Veličinu $R_m = \dfrac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}$ nazýváme magnetickým odporem neboli reluktancí. Vztah (4)



Obr. 5



Obr. 6

nazýváme Hopkinsonovým vztahem a čtenáři jistě připomene zobecněný zákon Ohmův. Reluktaci měříme v jednotkách $\mathrm{A \cdot Wb^{-1}}$ (ampér na weber). Tak jako je Hopkinsonův vztah ekvivalentní Ohmovu zákonu, můžeme nalézt vztahy ekvivalentní zákonům Kirchhoffovým. Jestliže se magnetický obvod větví (obr. 4), platí

$$\sum_k \Phi_k = 0 \,. \tag{5}$$

** Přesné znění Ampérova zákona vyžaduje, aby vektory $\overrightarrow{\Delta l}_k$ byly nekonečně malé. Součet přitom přechází v integrál přes uzavřenou křivku ($\oint_C \vec{H} \cdot \overrightarrow{dl}$).

Zde magnetické toky do uzlu vstupující bereme kladně, toky vystupující bereme se znaménkem záporným. Sestává-li magnetický obvod z řady částí lišících se materiálem, délkou a průřezem (obr. 5), je možno formulovat obdobu 2. Kirchhoffova zákona (obr. 5)

$$R_{m1}\cdot\Phi_1 + R_{m2}\cdot\Phi_2 + \ldots + R_{mk}\cdot\Phi_k = F_m\,. \qquad (6)$$

Vztah (6) aplikujeme na jednoduchý případ feromagnetického prstence přerušeného vzduchovou mezerou (obr. 6). Předpokládáme, že je splněna podmínka $l_v \ll l$. Zde l je celková délka střední magnetické indukční čáry a l_v je šířka vzduchové mezery. V tomto případě jde o sériové spojení reluktancí, takže

$$R_m = \frac{l-l_v}{\mu_0\cdot\mu_r\cdot S_f} + \frac{l_v}{\mu_0\cdot S_v}\,. \qquad (7)$$

Zde indexy *f*, *v* se postupně vztahují na feromagnetikum, resp. na vzduch. Magnetický tok je potom dán vztahem (4). Obvykle však neznáme hodnotu relativní permeability, a proto se při řešení praktických úloh postupuje poněkud jiným způsobem. Předpokládáme, že je předepsána velikost magnetické indukce ve vzduchové mezeře, magnetická charakteristika užitého feromagnetika, geometrické rozměry prstence a počet závitů. Cílem je určit potřebný magnetizační proud. Vzhledem k předpokladu o šířce mezery, lze oprávněně předpokládat, že platí $S_v = S_f$, a tudíž jsou shodné i hodnoty magnetické indukce. Z grafu $B(H)$ odečteme k předepsané hodnotě B velikost $H_i = H_f$. Poté vypočteme $H_v = \dfrac{B}{\mu_0}$. Potřebnou velikost magnetizačního proudu potom určíme ze vztahu

$$n\cdot I = H_v\cdot l_v + H_f\cdot(l-l_v)\,. \qquad (8)$$

Různé modifikace úlohy o řešení magnetických obvodů si jistě čtenář sestaví sám.

NOSNÁ SÍLA MAGNETU

Při výpočtu nosné síly magnetu vyjdeme ze vztahu pro hustotu magnetické energie (energie obsažená v objemové jednotce). Ta je dána (viz např. [2]) vztahem

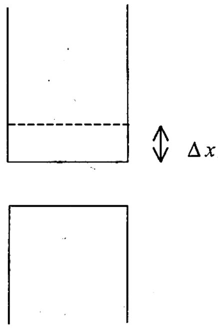
$$w_m = \frac{1}{2}\cdot\vec{B}\cdot\vec{H}\,. \qquad (9)$$

Jsou-li oba vektory rovnoběžné, zjednoduší se vztah (9) na

$$w_m = \frac{1}{2}\cdot B\cdot H\,. \qquad (10)$$

Představme si magnetické pole v mezeře mezi dvěma magnety (obr. 7). Je-li mezera dosti úzká a nedochází-li k rozptylu magnetického toku, vykonají vnější síly při zvětšení mezery o Δx práci $F\cdot\Delta x$, která se projeví zvýšením magnetické energie ve zvětšeném objemu mezery (předpokládáme, že se hustota magnetické energie nezmění). Tato energie bude $w_m\cdot S\cdot\Delta x$. Porovnáním těchto vztahů dostáváme pro nosnou sílu

$$F = w_m\cdot S = \frac{1}{2}\cdot B\cdot H\cdot S\,.$$



Obr. 7

LITERATURA

[1] Brož J.: *Základy magnetických měření.* NČSAV, Praha 1953

[2] Fuka J., Havelka B.: *Elektřina a magnetismus.* SPN, Praha 1965