Analogické úlohy (45. ročník FO, kat. E, F)

Ivo Volf, Jan Hladík**, Univerzita Hradec Králové*

Tak jako v minulých letech, i letos chceme pro čtenáře Školské fyziky uvést úlohy, které mohou sloužit jako příprava před řešením problémů, zařazených do školního kola 45. ročníku fyzikální olympiády v kategoriích E, F. Metodický materiál je určen učitelům fyziky na základních školách a v nižších třídách víceletých gymnázií. Obsahuje texty úloh, obdobných úlohám soutěžním, a výsledky, resp. i stručné komentáře k řešení. Kromě obvyklé „papírové formy" ve Školské fyzice jsou tyto úlohy uveřejněny i na webové stránce FO na známé adrese, aby eventuální použití těchto úloh pro žáky talentované na fyziku, kteří se chtějí na soutěž lépe připravit, bylo pro učitele fyziky operativní (zejména pro vytváření dalších přípravných materiálů pro žáky).

Úlohy, zařazené do tohoto článku, jsou většinou nadstandardní a svou náročností odpovídají účelu, pro který byly vytvořeny. Učitel se nemusí přímo podílet na procesu řešení úlohy se žáky, může jim texty a návody k řešení rozdat pro domácí dobrovolnou činnost, ale jeho účast může být významnou pomůckou pro to, aby úlohy jejich žáci řešení lépe pochopili. Učitel se nemusí přímo podílet na procesu řešení se žáky, ale jeho účast může být významnou pomůckou pro to, aby řešení úloh jejich žáci lépe pochopili. Řazení úloh dle tematiky odpovídá číslování úlohám z Letáku FO pro 45. ročník. Je i dobrou přípravou pro okresní, eventuálně i krajské kolo této soutěže.

ÚLOHY:

1. Trať Hradec Králové–Praha je podle jízdního řádu dlouhá 116 km; 27 km do Chlumce nad Cidlinou jedou vlaky z Hradce Králové po jednokolejce, zbytek tratě po dvoukolejce. Z Hradce Králové vyjel v 8.00 nákladní vlak stálou rychlostí $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, z Prahy v 7.30 rychlík stálou rychlostí $70\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ v protisměru. Kdy a kde může dojít k setkání vlaků? Úlohu řešte výpočtem, ale i graficky použitím grafu $s(t)$. Musí dispečer řešit křižování vlaků? **(1.1)**
2. Rychlík vyráží z Hradce Králové směrem na Prahu (délka tratě 116 km) zpravidla v 6.05 a v Praze je v 7.45. Jakou průměrnou rychlostí rychlík jede? Jednou měl rychlík zpoždění 20 min, avšak strojvůdci se podařilo dorazit do Prahy včas. Jak se musela změnit rychlost vlaku? Dobu zastávek a změny rychlosti vlaku během jízdy neuvažujeme. **(1.2)**
3. Nákladní vlak o délce 540 m projel kolem výpravčího Českých drah ve stanici, kde nestavěl, za dobu 30 s. Za jak dlouho vlak dojel do následující stanice, vzdálené 9 km, když jel stálou rychlostí? **(1.3)**

***

4. Z drátu vytvořil Honzík čtverec ABCD o straně 1,2 m s úhlopříčkou o délce 1,7 m, přičemž 1 m délky tohoto drátu měl odpor $1{,}5\,\Omega$. Potom připojil takto vzniklý rezistor v bodech A, C k ploché baterii o napětí 4,5 V. Jak velký je celkový odpor rezistoru při tomto zapojení a jak velký proud prochází jednotlivými částmi AB, BC, CD, AD, AC? Jaké napětí je mezi body A a B, A a C, A a D? **(2.1)**

* ivo.volf@uhk.cz
** jan.hladik@uhk.cz

5. Honzíkovi se zdálo, že přívodní dráty od ploché baterie k místu zapojení jsou příliš dlouhé a nutně ovlivňují proudy i napětí v rezistoru. Proto připojil zdroj k bodům A, B. Změní se výsledný odpor a proud, procházející přívodními vodiči? **(2.2)**
6. Honzík zašel za tatínkem do skladu a pomohl mu vyřešit problém, jak zjistit délku smotaného drátu s izolací, přičemž znali odpor části drátu o délce 1,2 m. Vysvětlete, jaký přístroj byl zapotřebí ke zjištění délky drátu, aniž bylo nutné smotek rozmotat. **(2.3)**

***

7. Martin sedí na řetízkovém kolotoči a jeho nos opisuje kružnici o poloměru 5,5 m za dobu 6,0 s. Jakou rychlostí se pohybuje Martinův nos? Nakreslete obrázek řetízkového kolotoče, vyznačte dráhu pohybu sedačky a znázorněte síly, působící na Martina. **(3.1)**
8. Marsův měsíc Phobos je velmi členité těleso. Chceme-li si však zjednodušit naše výpočty, můžeme ho považovat za kouli o poloměru 11,1 km a hmotnosti $1{,}1\cdot 10^{16}$ kg. Urči objem měsíce Phobos a jeho střední hustotu. Porovnej se žulou ($2500-3000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$), pískovcem ($1900-2300\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$), hlínou ($1500-1900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$). **(3.2)**
9. Seznam se s Keplerovými zákony a uvaž, jak se pohybují dvě sousední planety Země ($M = 1{,}00$ AU, $T = 1{,}00$ r) a Venuše ($T' = 0{,}615$ r). Užij svou kalkulačku a zjisti poloměr kružnice, po níž se Venuše pohybuje. V příslušném měřítku znázorni Slunce a trajektorie obou planet. **(3.3)**

***

10. Do varné konvice s výkonem na štítku 2 000 W jsme nalili 1,2 l studené vody o teplotě 15 °C; $c = 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$. Pak jsme vodu zahřáli na teplotu varu, při níž se konvice sama vypne. Jak dlouho trvá zahřívání vody? Ve skutečnosti bylo zahřívání o 30 s delší. Co z toho plyne? Zajímal vás někdy mechanismus automatického vypínání konvice? **(4.1)**
11. Do průtokového ohřívače přitéká voda o teplotě 15 °C a vytéká voda na mytí nádobí o teplotě 85 °C. Výkon zahřívacího zařízení je 3,0 kW, avšak na ohřátí vody se využije jen 90 % vzniklého tepla. Kolik teplé vody můžeme odčerpat za 30 minut? Jak velký může být přitom minutový průtok vody ohřívačem? **(4.2)**
12. Ve vaně bylo 80 l vychladlé vody o teplotě 25 °C, když Matouš přestal telefonovat a chtěl se vykoupat. Na koupání však potřebuje vodu o teplotě 35 °C, a tak nechal přitékat vodu z „červeného" ventilu o teplotě 65 °C. Kolik vody bylo ve vaně, když dosáhla požadované teploty, a jak dlouho musel Matouš čekat při přítoku teplé vody $6\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}$? **(4.3)**

***

13. Listonoš – balíkonoš – o hmotnosti 80 kg musel doručit balíček o hmotnosti 4 kg do bytu v 6. poschodí ve výšce 20 m nad terénem v okolí domu. Bohužel výtah byl ten den v údržbě, nefungoval a balíkonoš musel jít po schodišti. Jakou práci vykonal při doručení, jaká práce z toho byla užitečná a jaká byla nutná, avšak zbytečná? Jaká byla účinnost jeho práce? **(5.1)**
14. Dva chlapci se rozhodli závodit. Honza po úrazu ještě chodí o berlích, a tak jel výtahem do 14. poschodí. Jirka běžel „jako o závod" a doběhl nahoru ve stejném okamžiku, když se otvíral výtah v horní poloze. Ze sklepa je to do 14. poschodí 42 m, výtah jel rychlostí

$0{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, Jirka měl hmotnost 45 kg, Honza hmotnost 55 kg. Jaká mechanická práce musela být vykonána a jaký byl výkon při výstupu chlapců při tomto závodě? **(5.2)**

15. Když jede klec výtahu nahoru, musí elektromotor konat práci na zvedání nákladu i na zvedání klece výtahu, koná tedy „užitečnou" i „neužitečnou" práci. Je „neužitečná" práce omezena v domě, kde bydlíte (nebo kde bydlí vaši známí či příbuzní)? Popište toto řešení a vysvětlete. **(5.3)**

***

16. Cyklista Fanda jel z města do vesnice vzdálené 24 km, kde bydlí jeho babička, tak, že nejprve jel přesně první polovinu dráhy po rovině stálou rychlostí $18\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ a pak druhou polovinu v úseku s mírným stoupáním rychlostí $12\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Za jak dlouho dojel k babičce a jaká byla jeho průměrná rychlost? **(6.1)**
17. Když si Fanda stopnul čas, za který se dostal k babičce, rozhodl se druhý den jet podle hodinek tak, že přesně první polovinu této doby pojede rychlostí $18\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, druhou polovinu doby rychlostí $12\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Tak se prý dostane k babičce. Měl pravdu? **(6.2)**
18. David s Radkou si půjčili v půjčovně loďku na jednu hodinu. Voda v řece plyne rychlostí $0{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ vzhledem k břehům a rychlost loďky vzhledem ke klidné vodě je $1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Jak dlouho a jak daleko mohou jet proti proudu, aby se vrátili do půjčovny včas, tedy za uvedenou jednu hodinu? **(6.3)**

***

19. Sportovec Pavel pomáhá otci opravovat na potoce ochrannou zídku. Ze dna potoka zvedá pískovcový kámen ($\rho = 2\,000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$) o hmotnosti 12 kg nejprve ve vodě a potom na vzduchu. Jakou silou musí Pavel kámen zvedat? **(7.1)**
20. Tlusťoučký Vláďa o hmotnosti 63 kg má objem 70 l, který si zjistil vlastním měřením. Popište, jak si Vláďa mohl zjistit ve vaně svůj objem, má-li k dispozici kbelík s litrovým dělením. Jak se bude chovat Vláďovo tělo, až vleze Vláďa o prázdninách do rybníku? Hustota vody $1\,000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. **(7.2)**
21. Korkový záchranný pás o hustotě $250\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ má hmotnost 5,25 kg a používá se na říční osobní lodi. S jak velkou hydrostatickou vztlakovou silou můžeme počítat, když se záchranný pás zcela ponoří do vody? **(7.3)**

***

22. Porcelánový hrneček o hmotnosti 150 g může obsahovat až 250 ml čaje. Měrná tepelná kapacita porcelánu je $750\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$, vody $4\,200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$. Čaj v konvici po vyluhování má teplotu $85\,{}^\circ\mathrm{C}$, hrneček má teplotu místnosti $25\,{}^\circ\mathrm{C}$. Jakou teplotu má čaj v hrnečku? **(8.1)**
23. Kája chtěl zjistit teplotu vody, vytékající z „červeného" ventilu, ale měl k dispozici teploměr se stupnicí jen do $60\,{}^\circ\mathrm{C}$. Katka navrhla, aby pro zjištění teploty nalil do plastové-

ho kbelíku jen půl objemu vody, zjistil teplotu t_1, do druhého kbelíku druhou půlku o teplotě t_2 a pak oba objemy vody slil do jednoho kbelíku a teploty prostě sečetl $t = t_1 + t_2$. Vlasta mu zase navrhla, aby do plastového kbelíku nalil 4 l vody o teplotě 15 °C a přilil 5 l vody neznámé teploty t, zjistil výslednou teplotu (bude 55 °C) a teplotu horké vody vypočítal. Podařilo se mu to zjistit? **(8.2)**

24. Když se pro malé děti připravuje rozpustný nápoj, je lepší, když užijeme vodu o teplotě 60 °C, avšak na pití je tato teplota příliš velká. A tak maminka přelévá nápoj z jednoho porcelánového hrnku do druhého a zpět, a čaj tak ochladí. Honza navrhl mamince, aby si vzala dva plecháčky, že ochlazování bude rychlejší. Sylva zase tvrdila, že lepší je před přeléváním prázdný hrneček vypláchnout ledovou vodou. Zorka se zase domnívala, že bude lepší vsunout nápoj na chvíli do mrazničky. Vysvětlete všechny nápady! **(8.3)**

***

25. Vzdálený předmět se zobrazuje spojnou čočkou do tzv. *ohniska*. Vezměme proto spojku o optické mohutnosti 5–8 dioptrií a zobrazte jí protější dům nebo Slunce na stínítko z bílého papíru nebo na bílou svislou stěnu (u Slunce pozor na možnost zapálení). Vzdálenost od čočky ke stínítku je tzv. *ohnisková vzdálenost f*, optická mohutnost $D = \frac{1}{f}$, kde f se vyjadřuje v metrech. Sledujte, jak se mění poloha ohniska přidáním další čočky spojné či rozptylky. V diskusi tyto změny vysvětlete. **(9.1)**
26. Prohlédněte si dětské encyklopedie a najděte v nich, jaké vady může mít lidské oko. Lze také odkázat na internetové adresy.

***

27. Vlak metra se rozjíždí po dobu 80 s, až získá rychlost $72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, dále po dobu 60 s jede touto rychlostí a v posledním úseku na trase 600 m brzdí. Nakreslete graf závislosti rychlosti na čase $v(t)$ a určete, jak dlouho vlak metra jel, jak daleko jsou sousední stanice a jaká je průměrná rychlost v_p vlaku. **(10.1)**
28. Rychlík projíždí stálou rychlostí $90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ stanici a ve vzdálenosti 1 500 m od osoby výpravčího musí začít snižovat rychlost. Po době 60 s se jeho rychlost sníží na $36\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, touto rychlostí projede úsek, kde se opravuje trať, za dobu 150 s a následujících 50 s zvyšuje rovnoměrně rychlost na původní hodnotu, a pak po dalších 120 s projede následující stanicí. Jak daleko jsou od sebe obě stanice? K řešení sestrojte graf závislosti rychlosti na čase $v(t)$. Sledujte po celou dobu pohyb předního nárazníku lokomotivy. **(10.2)**
29. Nákladní vlak o délce 540 m projel kolem výpravčího ve stanici, kde vlak nestaví, za dobu 60 s. Za jak dlouho přejede tento vlak most o délce 360 m? Těsně poté, co vlak opustí železniční most, musí začít zpomalovat a zastaví v následující stanici po 60 s brzdění. Doplňme, že když vlak vjíždí na most, jeho poslední vagón právě minul výpravčího. Jakou dráhu urazil nákladní vlak od výpravčího až do zastavení? **(10.3)**

***

30. Máme k dispozici dva kbelíky. Jeden má tvar válce o obsahu dna $3{,}7\ \text{dm}^2$, a o výšce 4,0 dm; druhý se ode dna do výšky rozšiřuje a horní otvor má obsah $4{,}5\ \text{dm}^2$. Do obou

nádob nalijeme vodu do stejné výšky 35 cm. Kolik vody je v každém kbelíku? Jaký je tlak u dna? Jak se výsledky změní, když do kbelíku nalijeme stejný objem 12 l vody? Řešení se snažte získat především úvahou, kterou podpoříte výpočtem tam, kde to bude nutné. **(11.1)**

31. Podle jedné fyzikální pohádky, tj. neověřené historky, která možná ani není pravdivá, ale hezky se poslouchá, přivedla Blaise Pascala ke studiu hydrostatického paradoxon tato skutečnost: když se dříve plnily sudy v zámeckém sklepě vínem, nalévalo se víno svislou trubkou dlouhou 15–20 m do sudů. Sudy se však ke konci plnění bortily po přilití sotva jenom jednoho či dvou věder vína. Vysvětlete vznik hydrostatického paradoxon i tuto skutečnost. **(11.2)**
32. Vezmeme dva odměrné válce s vyznačeným objemem 1,000 l. Jeden má horní konec stupnice ve výšce 40 cm nade dnem, druhý jen 30 cm nade dnem. Když do válců nalijeme stejný objem vody, určete tlakovou sílu vody na dno i tlak na dně. Podruhé do užšího válce nalijeme líh o hustotě $800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, do širšího vodu o hustotě $1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Porovnejte nyní tlakové síly na dno a tlaky u dna. **(11.3)**

***

33. Míček padá z terasy „věžáku" ve výšce 42 m nad okolním terénem, hmotnost míčku je 60 g. Určete polohovou energii míčku na počátku, než začal padat. Jaká bude jeho pohybová energie v okamžiku dopadu? **(12.1)**
34. Výsadkář – o hmotnosti 90 kg i s padákem – vyskočil z letadla a otevřel padák. Ve výšce 1 600 m měl rychlost $5{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ a touto rychlostí se blížil k povrchu Země. Urči počáteční a koncovou polohovou energii výsadkáře během pádu z výšky 1 600 m. Co je příčinou rovnoměrného pohybu výsadkáře? Jaká průměrná odporová síla na výsadkáře působila? **(12.2)**
35. Automobil jede po horské silnici se stoupáním 12 % po trase 2,5 km. Do jaké výšky se při jízdě dostane, když právě dosáhl průsmyku? Jak se změnila jeho polohová energie, je-li hmotnost automobilu i s nákladem 900 kg? Jak velkou tahovou sílu musel při malé rychlosti vyvinout motor automobilu? **(12.3)**

***

36. Slunce je v létě v pravé poledne v našich zeměpisných šířkách asi 63° nad obzorem, ale v zimě dosahuje asi 17° nad obzorem. Věžák o výšce 42 m nechává za sebou stín. Určete, v jakých mezích je délka stínu tohoto domu. **(13.1)**
37. Stanovte postup, jak určit směr k zeměpisnému severu co nejpřesněji: vysvětlete, proč není nejvhodnější zjišťovat tento směr v pravé poledne. Všimli jste si, že téže délky stínu může nabývat tyč jednak dopoledne, jednak odpoledne? Proč se nemůžete stoprocentně spolehnout na údaj kompasu nebo buzoly? **(13.2)**

***

38. Najděte si knížku *Doplněk k učebnici fyziky pro sedmou třídu s rozšířenou výukou matematiky a přírodovědných předmětů* a prohlédněte si kapitolu Hydrostatika. **(14.1)**

***

39. Turbína v malé vodní elektrárně má výkon 250 kW a protéká jí voda se spádem 5 m. Jaký objem vody musí každou sekundu protéci turbínou? Jak se změní tento údaj, je-li účinnost turbíny jen 75 %? **(15.1)**
40. Najdi si v encyklopediích kapitolu *Vodní motory* a vysvětli, jak fungovala vodní kola a jak fungují vodní turbíny. **(15.2)**

VÝSLEDKY A KOMENTÁŘE K ŘEŠENÍ ÚLOH

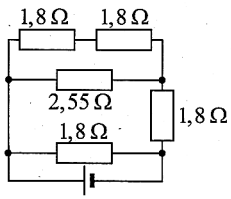
1. Vyjdeme ze vztahu $v_1 \cdot (t - t_1) + v_2 \cdot (t - t_2) = s$, odtud doba setkání 8 h 40 min 30 s. Nákladní vlak jede po dobu 40 min 30 s, ujede trasu $s_1 = 33,75$ km, rychlík jede 1 h 10 min 30 s, ujede trasu $s_2 = 82,25$ km, celkem $s_1 + s_2 = 116$ km. Řešení doplníme grafem $s(t)$. Dispečer nemusí řešit křižování vlaků.

2. Průměrná rychlost rychlíku $v_p = \frac{s}{t} = 69,6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ve druhém případě je doba jízdy kratší, $v_p = 87\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

3. Určíme nejprve rychlost vlaku $v = \frac{l}{t_1} = 18\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 64,8\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Další dobu určíme $t_2 = \frac{s}{v} = \frac{9\,000\text{ m}}{18\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 500\text{ s}$. Problém nastane pouze se stanovením přesného začátku devítikilometrové vzdálenosti (zda ji měříme od začátku vlaku či od konce vlaku).

***

4. Odpor drátu tvořícího stranu čtverce je 1,8 Ω, odpor drátu tvořícího úhlopříčku je 2,55 Ω. Při zapojení zdroje k protějším vrcholům A, C je celkový odpor sítě 1,055 Ω a přívodními dráty prochází proud 4,26 A. Ten se rozdělí do tří větví: ABC … 1,25 A, AC … 1,76 A, ADC … 1,25 A. Napětí na rezistorech jsou 2,25 V, 2,25 V, 4,5 V, 2,25 V, 2,25 V.



5. Nejprve si musíme nakreslit obvyklé elektrické schéma vzniklého obvodu; v něm se spojují prvky sériového i paralelního zapojení. Postupně určíme odpory částí obvodu: 3,6 Ω, 1,49 Ω, 3,29 Ω, 1,16 Ω; proud 3,87 A.

6. Známe-li odpor R_1 drátu o délce l_1 a odpor R_C smotaného drátu o délce l, potom $l = l_1 \cdot \frac{R_C}{R_1}$. Vycházíme ze vztahu pro výpočet odporu drátu, $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$. Potřebovali tedy ohmmetr.

***

7. Martinův nos opíše při jedné otáčce dráhu $s = 2 \cdot \pi \cdot r = 34,6$ m. Pohybuje se rychlostí $v = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{t} = 5,76\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 20,7\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Na Martina působí tíhová (gravitační) síla $\vec{F}_g$ směrem dolů, odstředivá síla směrem od osy otáčení, tahové síly závěsů, jež zamezují pád sedačky.

8. Objem koule $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 5,73 \cdot 10^{12}\text{ m}^3$; hmotnost Phobosu $m = 1,1 \cdot 10^{16}$ kg; hustota $\rho = \frac{m}{V} \doteq 1920\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Materiál Phobosu má oproti povrchu Země (žula, pískovec, hlína) přibližně stejnou hustotu.

   Poznámka: Při výpočtech se naučte používat kalkulačku, zejména si v návodu najděte užívání funkce „EXP“.

9. Keplerovy zákony se uvádějí v učebnicích pro 9. ročník, najdeme je však třeba v encyklopediích. Planety se pohybují kolem Slunce po eliptických trajektoriích, průvodič planety opisuje za stejný čas plochu téhož obsahu a poměr $\frac{a^3}{T^2}$ je pro různé planety stejný. Proto $\frac{a_V^3}{a_Z^3}=\frac{T_V^2}{T_Z^2}$, bereme-li vzdálenost v AU, dobu oběhu v rocích, pak $a_V = a_Z \cdot \sqrt[3]{\frac{T_V^2}{T_Z^2}} = 0{,}723\ \text{AU} = 108{,}2\cdot 10^6\ \text{km}$.

***

10. Nejprve předpokládáme, že konvice poskytne za dobu τ teplo $P\cdot\tau$ při stoprocentním využití, k ohřátí vody je třeba teplo $m\cdot c\cdot\Delta t$. Odtud $\tau = m\cdot c\cdot\frac{\Delta t}{P} = 214\ \text{s} = 3\ \text{min}\ 34\ \text{s}$. Při menší tepelné účinnosti (ztráty na zahřátí konvice) bude zahřívání trvat déle, a to $4\ \text{min}\ 4\ \text{s} = 244\ \text{s}$, teplo k ohřátí vody je stejné. Proto účinnost je $\frac{214}{244} = 87{,}7\ \%$.
11. Úlohy o průtokovém ohřívači se řeší lépe tak, že uvážíme situaci, kdy necháme vodu natéci do ohřívače naráz a zahřejeme ji. Nechť m je hmotnost vody, teplo k zahřátí na výslednou teplotu je $Q = m\cdot c\cdot\Delta t$, což trvá $\tau = 0{,}50\ \text{h} = 1800\ \text{s}$, přičemž elektrická práce $W = P\cdot\tau$, vzniklé teplo $Q = \eta\cdot P\cdot\tau$ je ovlivněno 90% účinností. Potom $m = \frac{\eta\cdot P\cdot\tau}{c\cdot\Delta t} = 16{,}5\ \text{kg}$. Průtokovým ohřívačem proteče za půl hodiny 16,5 l vody o výstupní teplotě 85 °C, tj. minutový objem $0{,}55\ \frac{\text{l}}{\text{min}}$.
12. Matouš stojí nad vanou, kde je $m_1 = 80$ kg vody o teplotě $t_1 = 25\ °\text{C}$. Teplotu zvýší přítokem $m_2 = ?$ vody o teplotě $t_2 = 65\ °\text{C}$ tak, že výsledná teplota bude $t = 35\ °\text{C}$. Protože užijeme směšovací kalorimetrickou rovnici jen pro vodu, můžeme psát $m_1\cdot(t-t_1) = m_2\cdot(t_2-t)$, tedy $m_2 = \frac{m_1\cdot(t-t_1)}{(t_2-t)}$, $m_2 = 26{,}7\ \text{kg}$. K získání vody přijatelné teploty ke koupání musí nechat přitéci 26,7 l teplé vody, což bude trvat asi 4,5 minuty. Ve vaně bude asi 107 l vody.

***

13. Hmotnost balíkonoše $m_1 = 80\ \text{kg}$, balíčku $m_2 = 4{,}0\ \text{kg}$, změna výšky $h = 20\ \text{m}$. Vykonaná práce celkem $W_C = (m_1+m_2)\cdot g\cdot h = 16800\ \text{J}$, užitečná práce na zanesení balíčku $W_{už} = m_2\cdot g\cdot h = 800\ \text{J}$, další práce nutná, ale již neužitečná, spojená s výstupem balíkonoše $W_n = m_1\cdot g\cdot h = 16000\ \text{J}$. Účinnost $\eta = \frac{800}{16800} = 0{,}048$, tj. 4,8 %.
14. Chlapci mají hmotnosti $m_H = 55\ \text{kg}$, $m_J = 45\ \text{kg}$, oba překonají týž výškový rozdíl, Honza výtahem, Jirka během po schodišti, vykonaná práce $W_H = m_H\cdot g\cdot h = 23100\ \text{J}$, $W_J = m_J\cdot g\cdot h = 18900\ \text{J}$. Oběma to trvalo $\frac{h}{v} = 105\ \text{s}$, výkony na přemístění jsou různé, $P_H = 220\ \text{W}$, $P_J = 180\ \text{W}$.

15. Klec výtahu je zpravidla přes kladku lanem spojena s tzv. „protizávažím“, jehož hmotnost vyrovnává hmotnost klece (jde o těžkou desku, jejíž pohyb vidíme v některých domech, kde se kolem výtahové šachty vine schodiště). Při zvedání prázdné klece elektromotor překonává jen odpory proti pohybu.

***

16. Fanda jel první polovinu trasy po dobu $t_1 = \frac{s}{2 \cdot v_1} = \frac{2}{3}\,\mathrm{h} = 40\,\mathrm{min}$, druhou polovinu trasy po dobu $t_2 = \frac{s}{2 \cdot v_2} = 1{,}0\,\mathrm{h} = 60\,\mathrm{min}$. K babičce jel $1\,\mathrm{h}\,40\,\mathrm{min} = 100\,\mathrm{min}$, jeho průměrná rychlost $v_p = 240\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}} = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 14{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

17. Podruhé si řekl, že pojede $t_1 = 50\,\mathrm{min}$ rychlostí $18\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, ujel tedy 15 km, poté jel $t_2 = 50\,\mathrm{min}$ rychlostí $12\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, ujel 10 km. Celkem ujel 25 km a jel průměrnou rychlostí $15\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, při jízdě si nevšiml, že minul babiččin dům a přejel o 1 km. Při řešení úloh tedy není jedno, za jakých podmínek problémy řešíme.

18. Loďka jede proti proudu rychlostí $v_1 = 0{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, po proudu $v_2 = 2{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Proti proudu urazí loďka dráhu $v_1 \cdot t_1$, po proudu stejnou vzdálenost rychlostí větší, $v_2 \cdot (t - t_1)$, tedy $v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t - t_1)$. Výsledná doba jízdy proti proudu $t_1 = \frac{v_2 \cdot t}{v_1 + v_2} = 2 \cdot \frac{3600}{2{,}4}\,\mathrm{s} = 50\,\mathrm{min}$.

David s Radkou jeli proti proudu 50 min, urazili rychlostí $0{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ trasu 1 200 m, pak jeli 10 min po proudu a urazili vzdálenost 1 200 m, takže byli zase u půjčovny. Uvážíme-li čas pro vypůjčení loďky a pro vrácení, museli jet proti proudu o něco kratší dobu a do menší vzdálenosti.

***

19. Pavel zvedá kámen o hmotnosti 12 kg silou 120 N na vzduchu. Objem kamene $V = \frac{m}{\rho} = 6\,\mathrm{dm}^3$, hydrostatická vztlaková síla působící na kámen ve vodě je 60 N, síla nutná ke zvednutí ve vodě je 60 N.

20. Když tlusťoučký Vláďa napustil vodu do vany až k přepadovému otvoru a celý se ponořil do vody, část vody vytekla a Vláďa čekal pod vodou (nebo střídavě se vynořoval k nadýchnutí), než voda přepadem přestala téci. Pak vylezl z vany, otřel se a doplnil vodu zase po přepadový otvor. Objem dolité vody je roven jeho objemu; $V = 70\,\mathrm{dm}^3$. Jeho hustota $\rho = \frac{m}{v} = 0{,}90\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} = 900\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ je menší než hustota vody, Vláďa tedy bude ve vodě v rybníku plovat.

21. Korkový pás má objem $V = \frac{m}{\rho} = 21\,\mathrm{dm}^3$. Když ho celý ponoříme do vody, hydrostatická vztlaková síla působící na pás je $F_{vz} = \rho_V \cdot g \cdot V = 210\,\mathrm{N}$. Tato síla kompenzuje rozdíl mezi silou gravitační a vztlakovou, jež působí na lidské tělo, ponořené do vody.

22. Označme pro hrneček $m_1 = 0{,}15\ \text{kg}$, $t_1 = 25\ °\text{C}$, $c_1 = 750\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot°\text{C}}$, pro vodu v hrnečku $m_2 = 0{,}25\ \text{kg}$, $t_2 = 85\ °\text{C}$, $c_2 = 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot°\text{C}}$. Potom $t = \frac{(m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2)}{(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2)}$, $t = 79{,}2\ °\text{C}$. Vlivem studenějšího hrnečku dojde ke snížení teploty čaje.

23. Návrh Katky je zřejmý nesmysl. Podle ní lze zvyšovat teplotu vody bez dalšího zahřívání ($m = m_1 + m_2$, tedy $t = t_1 + t_2$). Vlasta doporučila vyjít z kalorimetrické rovnice $m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)$, kde neznáme jen $t_2 = \frac{m_1 \cdot (t - t_1)}{m_2} + t = 87\ °\text{C}$.

24. Při přelévání nápoje z jednoho hrnku do druhého se má zahřát i chladnější hrnek, zatímco teplejší hrnek bez nápoje se ochladí. Plecháčky vychladnou rychleji (kovy mají menší tepelnou kapacitu než porcelán), ale také sníží teplotu nápoje o nižší hodnotu. Názor Sylvy je správný – při vypláchnutí hrnků nebo plecháčků studenou vodou jejich teplotu snížíme dalším vnějším zásahem. Zorka navrhla snižovat teplotu nápoje mrazicím účinkem mrazáku, v němž se teplo odebírá předmětům účinkem elektrické práce.

***

25. V úloze se užívá tzv. čočkové rovnice (viz leták FO), která zní $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$. Je-li předmět hodně vzdálený, $a \to \infty$, potom obraz vznikne v ohniskové rovině, $b \to f = \frac{1}{D}$. Zobrazujeme-li Slunce, je opravdu $a \to \infty$, i pro protější dům je a dosti velké vzhledem ke vzdálenosti obrazu od čočky.

26. Úloha je nadstandardem k fyzikálnímu učivu, uskutečňujeme s ní však mezipředmětové vztahy mezi biologií a fyzikou, a tím umožníme pochopit žákům to, co se učí v biologii jako fakt.

***

27. Vycházíme-li z grafu $v(t)$; $t_1 = 80\ \text{s}$, $v = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t_2 = 60\ \text{s}$, $s_3 = 600\ \text{m}$, dobu t_3 neznáme (proto sestrojujeme jen náčrt grafu, ukazující tendence průběhu). Dopočítáme: $s_2 = v \cdot t_2 = 1200\ \text{m}$, $s_1 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 = 800\ \text{m}$, $t_3 = 2 \cdot \frac{s_3}{v} = 60\ \text{s}$, celková doba pohybu je $t = 200\ \text{s} = 3\ \text{min}\ 20\ \text{s}$, dráha $s = 2600\ \text{m}$, průměrná rychlost $v_p = \frac{s}{t} = 13\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 47\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

28. Vycházíme z grafu $v(t)$, který je poněkud složitější, úloha navazuje na úlohu předcházející. Vycházejí hodnoty $s_1 = 1500\ \text{m}$, $t_1 = 60\ \text{s}$, $t_2 = 60\ \text{s}$, $s_2 = 1050\ \text{m}$, $t_3 = 150\ \text{s}$, $s_3 = 1500\ \text{m}$, $t_4 = 50\ \text{s}$, $s_4 = 875\ \text{m}$, $t_5 = 120\ \text{s}$, $s_5 = 3000\ \text{m}$, celková doba pohybu a dráha $t = 440\ \text{s} = 7\ \text{min}\ 20\ \text{s}$, $s = 7925\ \text{m} \doteq 7{,}9\ \text{km}$.

29. Rychlost nákladního vlaku $v = \frac{l}{t} = 9\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 32{,}4\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, jeho délka 540 m. Jestliže budeme sledovat konec vlaku, potom přejede po mostě po 100 s. Do následující stanice dorazí po 60 s brzdění, tedy na dráze 270 m. Celkem urazí konec vlaku 1 170 m.

***

30. Když nalijeme vodu do téže výšky, potom bude tlak u dna v obou kbelících stejný, neboť $p = \rho \cdot g \cdot h$ nezávisí na objemu vody; $p = 3{,}5\ \text{kPa}$. V kuželovém kbelíku bude však vody více, neboť se do výšky rozšiřuje. Když nalijeme do obou kbelíků vodu o témž objemu, v kuželovém kbelíku bude výška nižší, takže tlak u dna bude menší (zde je výpočet komplikovaný).
31. Když se sudy naplnily, potom přilitím dalšího vína se hladina v trubkách zvyšovala více, a tím se zvětšil i tlak způsobený tímto sloupcem, $p = \rho \cdot g \cdot h$. Podle Pascala tlak $p = \rho \cdot g \cdot h$ nezávisí na objemu užité kapaliny, ale závisí na výšce sloupce kapaliny a její hustotě.
32. Voda o objemu 1 l vyvolá na dně tlakovou sílu 10 N, tlak pak nezávisí na obsahu dna, $p = \rho \cdot g \cdot h$, tj. pro užší válec $p_1 = 4{,}0\ \text{kPa}$, pro širší válec $p_2 = 3{,}0\ \text{kPa}$. Je-li v užším válci líh, tlaková síla na dno je 8 N, tlak $p_1 = 3{,}2\ \text{kPa}$; v širším válci je tlaková síla 10 N, tlak 3,0 kPa.

***

33. Míček o hmotnosti $m = 0{,}06\ \text{kg}$ má na počátku ve výšce $h = 42\ \text{m}$ polohovou energii $E_p = m \cdot g \cdot h = 25{,}2\ \text{J}$, v okamžiku dopadu je jeho pohybová energie $E_k = 25{,}2\ \text{J}$.
34. Výsadkář má na začátku sledovaného úseku $E_p = m \cdot g \cdot h = 1{,}44\ \text{MJ}$, na konci při dopadu $E_p = 0\ \text{J}$, práce odporových sil $W = 1{,}44\ \text{MJ}$. Aby bylo dosaženo rovnoměrného pohybu, je odporová síla rovna síle tíhové, $F_o = 900\ \text{N}$.
35. Stoupání $p = 12\ \% = 0{,}12$. Rozdíl výšek $\Delta h = p \cdot s = 300\ \text{m}$. Změna polohové energie $\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot s \cdot p = 2{,}7\ \text{MJ}$. Při malé rychlosti neuvažujeme odpory proti pohybu, potom síla $F = p \cdot m \cdot g = 1080\ \text{N}$.

***

36. Výška domu je h, délka stínu $l = \dfrac{h}{\text{tg}\alpha}$, v létě 21,5 m, v zimě 137,5 m.
37. V pravé poledne pozorujeme stín svislé (např. metrové) tyče jen malé změny délky a obtížně se určuje okamžik, kdy stín bude nejkratší a bude směřovat přesně k severu. Lepší je pro tuto tyč zjistit, kdy odpoledne (t_1) dosáhne stín tyče téže délky jako v určitý okamžik dopoledne – t_2 (sestrojíme si pomocnou kružnici). Potom určíme pravé poledne jako $t = \frac{1}{2} \cdot (t_1 + t_2)$; směr stínu je na sever (nebo rozpůlíme úhel mezi oběma směry stínu).

***

39. Neuvažujeme-li energetické ztráty, potom $P \cdot t = m \cdot g \cdot h$, tedy $m = \dfrac{P \cdot t}{g \cdot h} = 5000\ \text{kg}$; průtočný objem je $5\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Při účinnosti 75 % platí $P \cdot t = \eta \cdot m \cdot g \cdot h$, tedy hmotnost $m' = \dfrac{P \cdot t}{\eta \cdot g \cdot h} = 6670\ \text{kg}$, průtočný objem $6{,}67\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{s}}$.
40. Užijeme dětskou encyklopedii, popř. internetovou adresu.