Gravitační a elektrické pole

Josef Jírů, Gymnázium Pelhřimov*

K popisu dvou statických silových polí, gravitačního a elektrického, použijeme tzv. **fyzikální analogii**. Je to metoda ukazující na vzájemnou souvislost dvou jevů ze stejné nebo z různých oblastí fyziky, v jejichž popisu lze nalézt určitou podobnost. Základem bude tabulka, v níž vedle sebe postavíme vzájemně si odpovídající pojmy, veličiny, vztahy a vlastnosti. Tabulka může působit jako formální přepis vzorců mezi dvěma fyzikálními oblastmi, avšak při bližším pohledu je pod každým vzorcem vidět určitá společná, eventuálně rozdílná, vlastnost obou polí.

Zdrojem gravitačního **pole** je těleso nebo částice s nenulovou hmotností, zdrojem elektrického pole částice s nenulovým elektrickým nábojem. Elektrický náboj je vždy vázán na hmotu, tj. neexistuje nehmotný elektrický náboj.

Newtonův gravitační zákon je splněn pro dvojici hmotných bodů nebo pro dvojici homogenních koulí, ale i pro dvojici koulí se středově symetricky rozloženou hmotou. Tím je použitelný pro běžné objekty ve vesmíru jako hvězdy, planety, měsíce, apod. Podobně **Coulombův zákon** platí pro bodové náboje, ale také pro koule se středově symetricky rozloženým nábojem. Proto jej též můžeme použít např. pro vodivé nabité koule, u nichž se vždy náboj rozloží po celém povrchu rovnoměrně, tj. s konstantní plošnou hustotou. V případě koulí je r vzdálenost jejich středů. Pochopitelně lze oba zákony použít s dostatečnou přesností i v případech, kdy rozměry těles jsou zanedbatelné vzhledem k jejich vzdálenosti.

Elektrické náboje jsou dvojího druhu, nazýváme je kladný náboj a záporný náboj. Hmotnost tělesa však tuto vlastnost nemá, existuje pouze jeden druh hmotnosti. S tím souvisí **charakter vzájemného silového působení**. Elektrická síla je u nesouhlasných nábojů přitažlivá, u souhlasných odpudivá, gravitační síla je vždy přitažlivá.

Gravitační síla nezávisí na **prostředí**. To znamená, že dvě tělesa se budou přitahovat stejnou silou ve vakuu, ve vzduchu, ve vodě apod. Naopak v látkovém nevodivém prostředí (v dielektriku) může docházet vlivem elektrického pole k jeho polarizaci, která způsobuje zmenšení velikosti elektrické síly vzhledem k vakuu. Míra tohoto zmenšení elektrické síly, a tedy zeslabení elektrického pole vzhledem k vakuu, charakterizuje veličina relativní permitivita prostředí. Permitivita nemá z důvodu neexistence uvedeného jevu v gravitačním poli žádnou analogickou veličinu.

Intenzita gravitačního, resp. elektrického, pole je vektorová veličina charakterizující, jak je pole silné. Tuto vlastnost zjišťujeme tím, že do daného místa pole vložíme hmotný bod, resp. elektrický náboj, a určíme velikost a směr síly, která na něj působí. Intenzitu gravitačního pole v daném místě pole pak lze definovat jako sílu působící na těleso jednotkové hmotnosti, intenzitu elektrického pole v daném místě pak jako sílu působící na kladný jednotkový elektrický náboj. Směr intenzity udává směr uvedené síly. Použijeme-li v elektrickém poli místo kladného záporný náboj, směr síly bude opačný, avšak směr intenzity se zachová, neboť ve vektorové rovnici je záporný jmenovatel.

Další charakteristikou pole je gravitační, resp. elektrický **potenciál**. Tato skalární veličina popisuje pole z energetického hlediska. Gravitační potenciál v daném místě pole definujeme jako gravitační potenciální energii tělesa jednotkové hmotnosti, elektrický potenciál v daném místě pole pak jako elektrickou potenciální energii jednotkového elektrického náboje. Body v prostoru se stejným gravitačním, resp. elektrickým, potenciálem tvoří ekvipotenciální plochy (hladiny). V každém bodě pole je vektor intenzity vždy kolmý k ekvipotenciální ploše. Ve směru intenzity potenciál klesá, neboť při posunování tělesa či náboje práci koná pole, tudíž jeho potenciální energie se zmenšuje.

* josef.jiru@email.cz

Rozdíl elektrických potenciálů mezi dvěma body elektrického pole nazýváme elektrické **napětí**. Práce v elektrickém poli je pak rovna součinu přenášeného elektrického náboje a elektrického napětí mezi oběma body. Mohli bychom též definovat analogickou veličinu v gravitačním poli např. jako „gravitační napětí", avšak takováto veličina se nepoužívá.

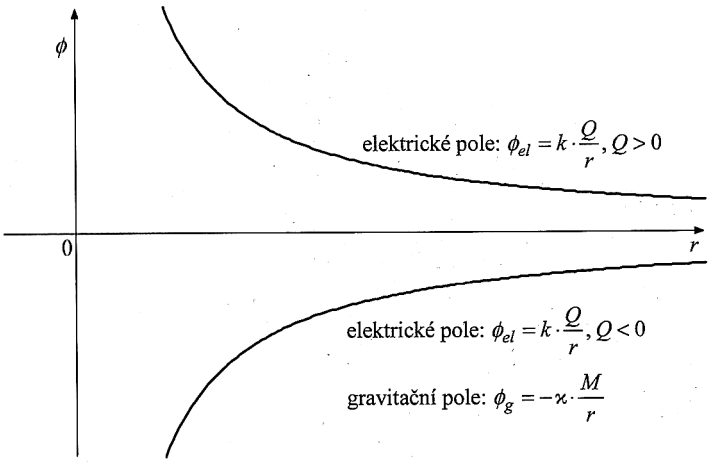
Zajímavý je **pohybový účinek pole** na částici nebo náboj. U gravitačního pole silové a setrvačné účinky charakterizuje stejná veličina hmotnost. Gravitační síla je přímo úměrná hmotnosti tělesa při dané intenzitě pole v daném místě, avšak zrychlení, které tato síla tělesu uděluje, je podle 2. Newtonova pohybového zákona naopak nepřímo úměrné hmotnosti tělesa. Tím je zrychlení přímo rovno intenzitě gravitačního pole. V elektrickém poli charakterizuje silové účinky pole na nabitou částici nikoliv její hmotnost, nýbrž její elektrický náboj. Tím výsledné zrychlení na rozdíl od gravitačního pole závisí na obou charakteristikách částice, na její hmotnosti a elektrickém náboji. Větší náboj způsobí v elektrickém poli větší sílu, větší hmotnost pak větší setrvačnost částice. U elementárních částic s nábojem dosahuje podíl elektrického náboje a hmotnosti, tzv. měrný elektrický náboj, obrovských hodnot, např. pro elektron máme $\frac{q}{m} = 1{,}8 \cdot 10^{11}\ \mathrm{C \cdot kg^{-1}}$, pro proton $9{,}7 \cdot 10^{7}\ \mathrm{C \cdot kg^{-1}}$, pro ionizovanou molekulu oxidu uhličitého $2{,}2 \cdot 10^{6}\ \mathrm{C \cdot kg^{-1}}$. Díky této vlastnosti může např. elektron získat rychlost blízkou rychlosti světla během zlomku sekundy. Např. v elektrickém poli o velikosti intenzity $E = 10\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$ jej elektrická síla uvádí do pohybu se zrychlením $1{,}8 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Současně díky této vlastnosti je u elementárních částic s elektrickým nábojem při vzájemném silovém působení gravitační síla naprosto zanedbatelná vzhledem k síle elektrické. U makroskopických elektricky nabitých těles chybí nebo přebývá nepatrný počet elektronů vzhledem ke všem elektronům v elektronových obalech atomů tělesa, proto je uvedený podíl podstatně menší. Např. nabitá plná železná kulička o poloměru 1 cm s elektrickým potenciálem 100 V má měrný elektrický náboj pouze $3{,}4 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C \cdot kg^{-1}}$, tj. o 20 řádů menší než elektron.

Nejjednodušší typ silového pole je **pole homogenní**. V každém jeho bodě má intenzita stejný směr a stejnou velikost. Ekvipotenciální plochy jsou navzájem rovnoběžné roviny. Potenciál ve směru intenzity klesá rovnoměrně. Homogenní elektrické pole můžeme vytvořit soustavou dvou elektricky nabitých desek s navzájem opačnými náboji, kde vzdálenost desek je podstatně menší než geometrické rozměry desek. Jinou možností je považovat za homogenní pole elektrické pole radiální tvořené nabitou vodivou koulí na velmi malé plošné oblasti jejího povrchu a bezprostředně při povrchu. S homogenním gravitačním polem se setkáváme výhradně v malých prostorových oblastech na povrchu nebo nad povrchem Země, Měsíce či jiného kulového tělesa ve vesmíru.

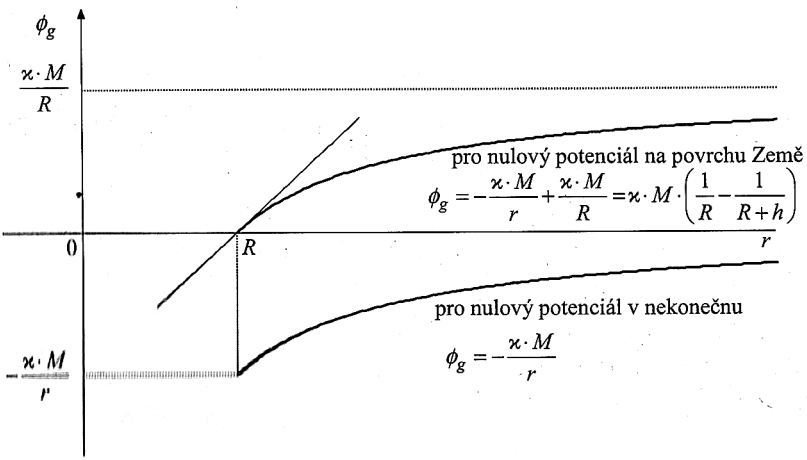
Zdrojem **radiálního** gravitačního **pole** je hmotný bod nebo těleso tvaru koule se středově symetricky rozloženou hmotou. Tím tento typ pole vytváří ve svém okolí běžná tělesa tvaru koule, jako jsou ve vesmíru hvězdy, planety a dostatečně velké jejich měsíce a dostatečně velké planetky (obvykle od průměru několika stovek kilometrů). Zdrojem radiálního elektrického pole je bodový elektrický náboj nebo nabitá koule se středově symetricky rozloženým nábojem. V praxi takovéto pole vytvoříme nabitou vodivou koulí, kde je náboj rovnoměrně rozložen na jejím povrchu. Velikost intenzity radiálního pole klesá s 2. mocninou vzdálenosti. Volíme-li nulovou hladinu potenciálu v nekonečnu, pak je velikost potenciálu nepřímo úměrná vzdálenosti. Závislost potenciálu gravitačního, resp. elektrického pole tvořeného hmotným bodem, resp. bodovým nábojem, udává obr. 1. V gravitačním poli a elektrickém poli tvořeném záporným nábojem je potenciál záporný a se vzdáleností roste, v elektrickém poli tvořeném kladným nábojem je potenciál kladný a se vzdáleností klesá.

Obr. 2 znázorňuje závislost gravitačního potenciálu radiálního pole koule (např. Země) o poloměru R na vzdálenosti r od středu koule. Fyzikální význam má část větve hyperboly pro $r \geq R$, resp. pro $h \geq 0$, kde h je výška nad povrchem koule. Horní hyperbola představuje situaci, kdy nulový potenciál volíme na povrchu koule (na povrchu Země). Graf je posunutý nahoru právě

o hodnotu gravitačního potenciálu na zemském povrchu vzhledem k nekonečnu. Znázorněná tečna představuje přímou úměrnost růstu gravitačního potenciálu na výšce nad povrchem v homogenním poli, kterým lze nahradit radiální pole v oblasti splňující podmínku $h \ll R$, tedy v malých výškách v porovnání s poloměrem koule.



Obr. 1



Obr. 2

GRAVITAČNÍ POLE	ELEKTRICKÉ POLE
Newtonův gravitační zákon $F_g = \varkappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ gravitační síla – přitažlivá $\varkappa$ nezávisí na prostředí	**Coulombův zákon** $F_e = k \cdot \frac{\lvert Q_1 \cdot Q_2 \rvert}{r^2}$ elektrická síla – přitažlivá, odpudivá $k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$ závisí na prostředí
Intenzita gravitačního pole (gravitační zrychlení) $\vec{K} = \vec{a}_g = \frac{\vec{F}_g}{m}$	**Intenzita elektrického pole** $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$
Gravitační potenciál $\varphi_g = \frac{E_p}{m}$	**Elektrický potenciál** $\varphi_e = \frac{E_p}{q}$
	Elektrické napětí $U = \varphi_{e1} - \varphi_{e2}$
Práce v gravitačním poli $W = E_{p1} - E_{p2} = m \cdot \varphi_{g1} - m \cdot \varphi_{g2} =$ $= m \cdot (\varphi_{g1} - \varphi_{g2})$	**Práce v elektrickém poli** $W = E_{p1} - E_{p2} = q \cdot \varphi_{e1} - q \cdot \varphi_{e2} =$ $= q \cdot (\varphi_{e1} - \varphi_{e2}) = q \cdot U$
Zrychlení tělesa v gravitačním poli $a = \frac{F_g}{m} = \frac{m \cdot a_g}{m} = a_g$	**Zrychlení částice v elektrickém poli** $a = \frac{F_e}{m} = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{q}{m} \cdot E$
Homogenní gravitační pole $\vec{K} = \vec{a}_g = k\bar{o}nst$ $W = E_p = F_g \cdot h = m \cdot a_g \cdot h$ $\varphi_g = K \cdot h$	**Homogenní elektrické pole** $\vec{E} = k\bar{o}nst$ $W = E_p = F_e \cdot d = q \cdot E \cdot d$ $\varphi_e = E \cdot d$
Radiální gravitační pole $K = a_g = \frac{\varkappa \cdot M}{r^2}$ $\varphi_g = -\frac{\varkappa \cdot M}{r}$ pro nulový potenciál v nekonečnu $\varphi_g = \varkappa \cdot \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)$ pro nulový potenciál na zem. povrchu	**Radiální elektrické pole** $E = \frac{k \cdot \lvert Q \rvert}{r^2}$ $\varphi_e = \frac{k \cdot Q}{r}$ pro nulový potenciál v nekonečnu