

Ověření Newtonova vztahu pro odpor vzduchu – aneb k čemu lze použít obyčejný fén

Jakub Balhar, Martin Kahoun, Jiří Kessler, Benjamín Mareček, Gymnázium Jana Nerudy, Praha

Náš kroužek experimentální fyziky 4.A se rozhodl experimentálně ověřit vztah:

$$F = \frac{1}{2} \cdot S \cdot C \cdot \rho \cdot v^2. \quad (1)$$

V tomto vztahu je

F odporová aerodynamická síla působící na těleso obtékané tekutinou,

S plošný obsah průřezu kolmý na směr rychlosti,

ρ hustota tekutiny,

v rychlost obtékání a

C tvarový faktor, tzv. *součinitel odporu*.

Tato rovnice, běžně uváděná v učebnicích jako Newtonův vztah pro aerodynamickou odporovou sílu, se dá odvodit jednoduchým způsobem [1]:

Uvažujme rovinnou desku o ploše S , pohybující se vůči tekutině o hustotě ρ ustálenou rychlostí \vec{v} ve směru normály k ploše. Deska přitom uvádí do pohybu tekutinu před sebou stejnou rychlostí \vec{v} . Za časový interval Δt deska opíše dráhu $v \cdot \Delta t$, a tak (v idealizované zjednodušené úvaze) uvede z klidu do pohybu tekutinu o hmotnosti $\Delta m = \rho \cdot S \cdot v \cdot \Delta t$ a udělí jí hybnost \vec{p} ,

$$\vec{p} = \vec{v} \cdot \Delta m = \rho \cdot S \cdot v^2 \cdot \vec{v}^0 \cdot \Delta t,$$

kde \vec{v}^0 je jednotkový vektor ve směru rychlosti.

Podle principu akce a reakce stejně velkou silou, jakou působí deska na tekutinu, působí opačným směrem tekutina na desku.

$$\vec{F} = -\frac{\vec{p}}{\Delta t}.$$

\vec{F} je zde odpor tekutiny při pohybu desky, resp. tlaková síla proudící tekutiny na nehybnou desku (spojíme-li vztažnou soustavu s pohybující se deskou).

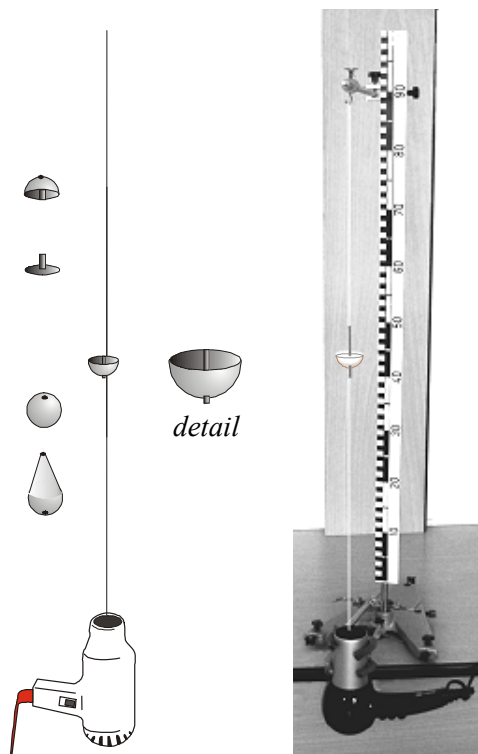
$$\vec{F} = -\rho \cdot S \cdot v^2 \cdot \vec{v}^0.$$

Protože úvaha, na základě které jsme provedli výpočet, byla zidealizovaná (objem tekutiny uváděné obtékaným tělesem do pohybu je ve skutečnosti větší a odpor tekutiny závisí i na tvaru tělesa), vstupuje do výrazu pro odpor tekutiny ještě číselný tvarový faktor C , tzv. *součinitel odporu*.

Výraz pro velikost aerodynamické tlakové síly se pak obvykle píše ve tvaru (1).

$$F = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \rho \cdot S \cdot v^2.$$

Tento vztah jsme se pokusili jednoduchými prostředky ověřit pro obtékání kruhové destičky vzduchem. K získání proudu vzduchu jsme použili běžný



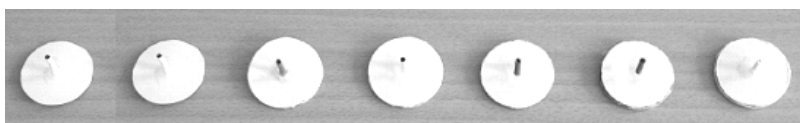
Obr. 1

fén. Z klasických laboratorních stojanů jsme vytvořili asi 2 m vysoký stativ (pro ilustrační foto zkrácený), v jehož spodní části byl upevněn fén. Od jeho ústí jsme svisle naplnili tenké vlákno, které sloužilo jako vedení pro kruhové destičky vystavené tlakové síle proudícího vzduchu (viz obr. 1).

Při prvních pokusech jsme používali jako vodící vlákno tenký pozinkovaný drátek. Fluktuační v proudění vzduchu ale způsobovaly, že i při konstantních podmínkách byla poloha tělesa na drátě silně nestabilní (neustále se pohybovalo s vertikální odchylkou až 10 cm). Tyto fluktuační se podařilo snížit použitím textilního vlákna na polovinu.

K pokusům jsme použili kruhové kotoučky s průměrem 38 mm. (Chceme toto zařízení použít i pro měření součinitele odporu jiných těles, která budou zhotovena z pingpongových míčků o průměru 38 mm).

Slepením a zatěžováním koleček k sobě jsme získali 7 vzorků o různých hmotnostech. Středem každého kolečka prochází vodící trubička – kousek náplně do propisky, kterou jsme pečlivě vyčistili lihem (viz obr. 2).



Obr. 2

Tab. 1: hmotnosti kotoučků

číslo kotoučku	hmotnost g	tíhová síla mN
1	0,62	6,08
2	1,07	10,5
3	2,19	21,5
4	3,20	31,4
5	3,55	34,8
6	7,80	76,5
7	12,02	118,1

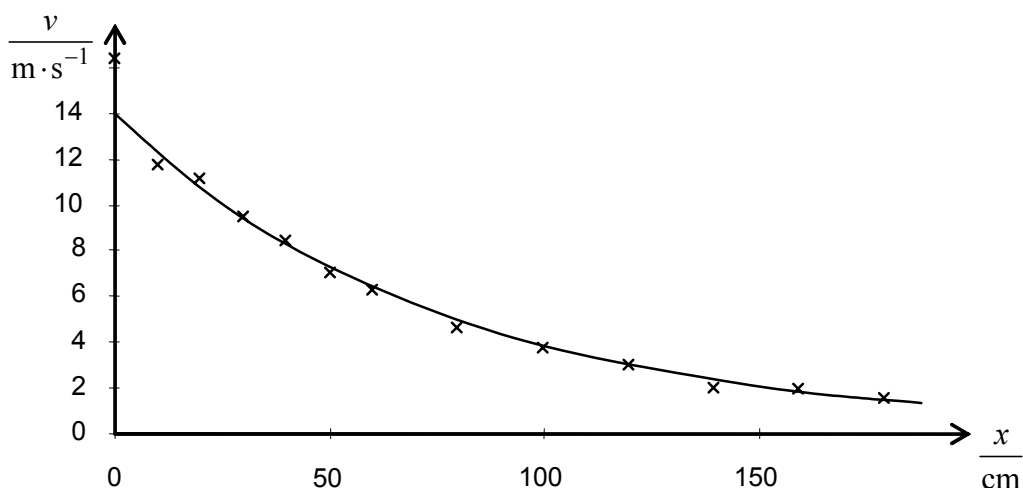
Princip námi zvolené metody je jednoduchý.

Anemometrem změříme velikost rychlosti proudu vzduchu v různé vzdálenosti od ústí fénu. Vystavíme-li pak kotouček dané hmotnosti proudu vzduchu, „ustálí“ se s přijatelnými fluktuacemi v takové poloze, při níž je tlaková síla proudícího vzduchu v rovnováze s tíhovou silou působící na kotouček.

Výsledky měření rychlosti proudu vzduchu v v závislosti na vzdálenosti od ústí fénu uvádí tabulka 2 a graf na obr. 3.

Tab. 2: výsledky měření

vzdálenost od ústí cm	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120	140	160	180
rychlost vzduchu $m \cdot s^{-1}$	16,4	11,7	11,1	9,4	8,4	7,0	6,3	4,6	3,8	3,0	2,0	1,9	1,6



Obr. 3

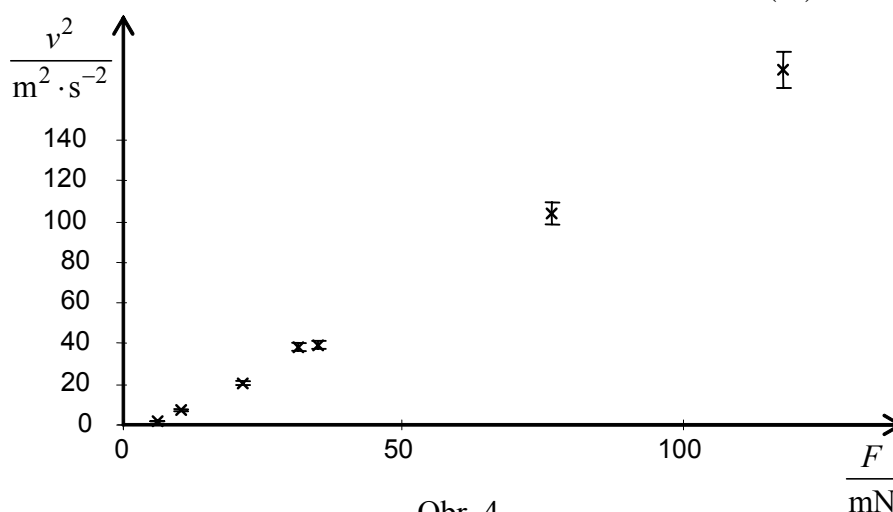
Získaný průběh je, s výjimkou nejbližší vzdálenosti od fěnu, blízký exponenciální křivce, pro kterou nám Excel poskytl rovnici $v = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot e^{-0,0128 \text{ cm}^{-1} \cdot x}$. Podle tohoto vztahu pro vzdálenost x od ústí fěnu v centimetrech vychází rychlost vzduchu v v metrech za sekundu.

Výsledky měření výšek, ve kterých se „ustálil“ kotouček dané hmotnosti, a odpovídající rychlost, přiřazenou uvedenou exponenciální funkcí, popisuje tabulka 3.

Tab. 3

číslo kotoučku	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{\text{vzdálenost od ústí}}{\text{cm}}$	175	129	90	64	62	25	4
$\frac{\text{rychlost vzduchu}}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$	1,5	2,7	4,5	6,2	6,3	10,2	13,2

Graf na obr. 4 ukazuje závislost čtverce rychlosti na odporové síle $v^2 (F)$.



Obr. 4

Linearita grafu na obr. 4 dostatečně průkazně ukazuje, že v námi proměřovaném intervalu rychlostí je Newtonův vzorec použitelný pro popis závislosti odporové síly na rychlosti.

Ze směrnice tohoto grafu $k = \frac{v^2}{F} = 1560 \text{ m} \cdot \text{kg}^{-1}$ můžeme ještě odhadnout součinitele odporu C kruhové destičky $C = \frac{2}{\rho \cdot S} \cdot \frac{1}{k} \approx 0,9$, což je hodnota, která leží v oblasti hodnot, které jsou pro kruhovou desku uváděny v literatuře.

Chyba měření je ve zcela rozhodující míře dána nepřesnostmi v určení „rovnovážné“ polohy kotoučku. Chyba ve stanovení této vzdálenosti od fěnu klesala od pěti centimetrů pro největší vzdálenost až k půlcentimetrové hodnotě pro nejtěžší kotouček. Chybové úsečky v grafu ukazují, že tyto nepřesnosti kvalitativně výsledek neovlivňují.

Nakonec drobná poznámka pro ty, kteří by podobné měření chtěli provádět. Problematické je nastavení svislého vodícího vlákna do osy vzduchového proudu z fěnu. Nám se to podařilo nejlépe tak, že jsme vlákno s nejlehčím kotoučkem upevnili do směru, ve kterém kotouček vystoupal do největší výšky.

Literatura:

[1] Vybíral B., Zdeborová L.: *Odporové síly*. MAFY, Hradec Králové 2001.