Řešení úloh 1. kola 47. ročníku FO kategorie E a F

Jan Thomas, 1. české gymnázium Karlovy Vary

1. Sousední stanice

a) $v = \frac{s}{t} = \frac{4\,000\ \text{m}}{300\ \text{s}} = 13{,}3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 48\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

b) Pro konstrukci grafu je třeba vypočítat rychlost na 2. úseku. Celková dráha:

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 + v \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_3 .$$

Odtud určíme neznámou rychlost

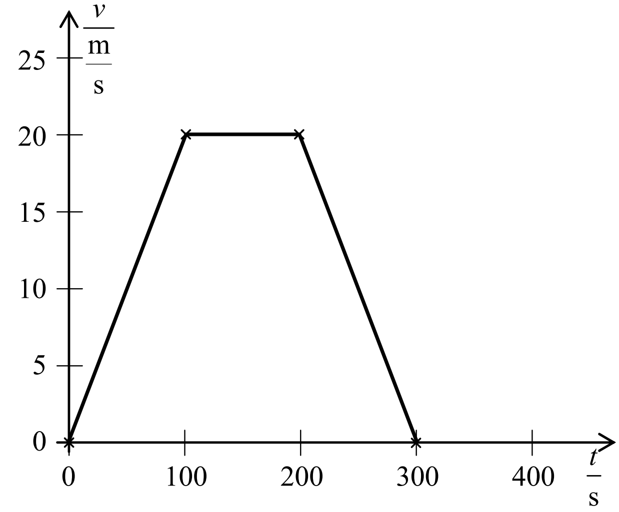
$$v = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} .$$

c) Délka 2. úseku (při stálé rychlosti):

$$s_2 = v \cdot t_2 = 2\,000\ \text{m} .$$

Délka 1. a 3. úseku:

$$s_1 = s_3 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_3 = 1000\ \text{m} .$$



2. Vlak projíždí

a) $v = \frac{l_1}{t} = \frac{250\ \text{m}}{20\ \text{s}} = 12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (rychlost vlaku).

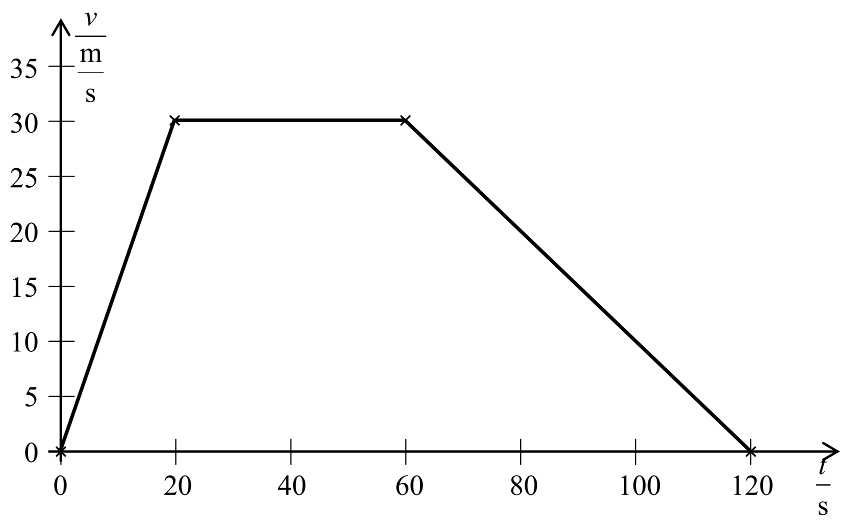
$$t_1 = \frac{l_1 + l_2}{v} = \frac{(250 + 150)\ \text{m}}{12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 32\ \text{s} .$$

b) $t = \frac{l_2}{v} = \frac{150\ \text{m}}{12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 12\ \text{s}$.

c) $s = l_1 + l_2 + \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \left(250 + 150 + \frac{1}{2} \cdot 12{,}5 \cdot 50 \right) \text{m} = 712{,}5\ \text{m}$.

3. Zkouška motoru

a)



b) $v = \frac{s_2}{t} = \frac{1200\ \text{m}}{40\ \text{s}} =$

$= 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

c) Dráha při rozjíždění:

$s_1 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 =$

$= 15 \cdot 20\ \text{m} = 300\ \text{m}$.

Dráha při brzdění:

$s_3 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_3 = 15 \cdot 60\ \text{m} = 900\ \text{m}.$

d) $v_p = \frac{s}{t} = \frac{(300 + 1200 + 900)\ \text{m}}{120\ \text{s}} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}.$

4. Na dálnici

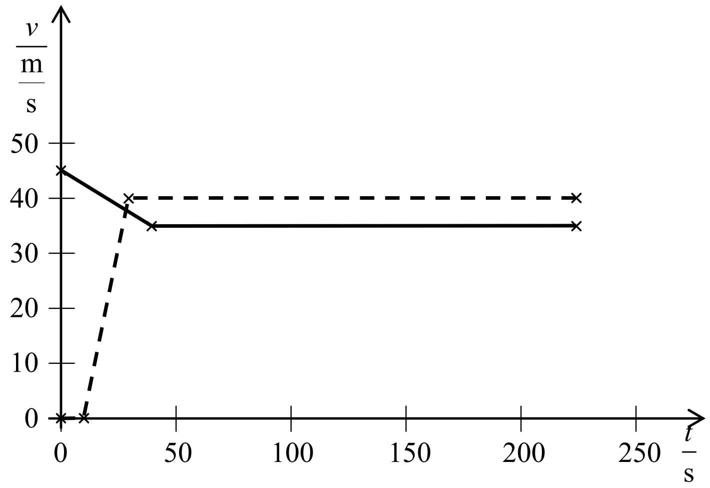
$v_1 = 162\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\quad v_2 = 126\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 35\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\quad v_3 = 144\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) Dráha auta během zpomalování:

$s_1 = v_a \cdot t = 40 \cdot 40\ \text{m} = 1600\ \text{m}.$

Dráha policistů během rozjíždění:

$s_2 = v_p \cdot t = 20 \cdot 20\ \text{m} = 400\ \text{m}.$



b) Do 8 km chybí řidiči 6 400 m, tuto dráhu ujede za

$$t_1 = \frac{s}{v_2} = \frac{6\,400\ \text{m}}{35\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \doteq 183\ \text{s},$$

celkový čas řidiče k výjezdu z dálnice je 223 s.

Policii chybí ujet 7 600 m, tuto dráhu ujedou za

$$t_2 = \frac{s}{v_3} = \frac{7\,600\ \text{m}}{40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 190\ \text{s},$$

celkový čas policie od spatření řidiče k výjezdu z dálnice je 220 s, policie bude tedy u výjezdu z dálnice dříve.

5. Osobní výtah

a) $F_1 = m \cdot g = 1500\ \text{N}$ u prázdného výtahu,

$F_2 = \ldots = 4\,000\ \text{N}$ u plně zatíženého výtahu.

b) Při rozjíždění směrem nahoru se zvětšuje, při zastavování se zmenšuje.
Při jízdě dolů je tomu naopak.

c) Polohová energie se při pohybu vzhůru zvětšuje. Ve sklepě zvolíme $E_{p0} = 0\ \text{J}$.

V nejvyšším podlaží $E_{p1} = m \cdot g \cdot h = 1500 \cdot 45\ \text{J} = 67{,}5\ \text{kJ}$ pro prázdný výtah,

$E_{p2} = \ldots = 4\,000 \cdot 45\ \text{J} = 180\ \text{kJ}$ pro plně zatížený výtah.

Stejně velkou práci musí vykonat elektromotor.

d) $P_1 = \frac{W}{t} = \frac{67\,500}{90}\ \text{W} = 750\ \text{W}$ pro prázdný výtah,

$P_2 = \ldots = \frac{180\,000}{90}\ \text{W} = 2\,000\ \text{W}$ pro plně zatížený výtah.

e) Užitečná práce $W_1 = E_{p2} - E_{p1} = 112{,}5\ \text{kJ}$; Celková práce: $W_2 = E_{p2} = 180\ \text{kJ}$;

Užitečný výkon: $P_1 = \frac{W_1}{t} = 1{,}25\ \text{kW}$; Celkový výkon P₂ = $P_2 = \frac{W_2}{t} = 2\,000\ \text{W}$.

6. Hydroelektrárna

Platí $P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t \cdot \eta} \Rightarrow h = \frac{P \cdot t}{m \cdot g \cdot \eta} = \frac{2540 \cdot 10^6}{8000 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,6}\ \mathrm{m} = 53\ \mathrm{m}$.

7. Skříňka s knihami

Tíha poličky $F_G = 2\,400\ \mathrm{N}$.

Tlak $p = \frac{F}{S}$ na 4 nožkách $p_1 = \frac{2\,400\ \mathrm{N}}{16\ \mathrm{cm}^2} = 150\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}^2} = 1,5\ \mathrm{MPa}$,

na 4 podložkách $p_2 = \frac{2\,400\ \mathrm{N}}{60\ \mathrm{cm}^2} = 40\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}^2} = 0,4\ \mathrm{MPa}$,

na 2 lištách $p_3 = \frac{2\,400\ \mathrm{N}}{160\ \mathrm{cm}^2} = 15\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}^2} = 0,15\ \mathrm{MPa}$,

na 4 lištách $p_4 = \frac{2\,400\ \mathrm{N}}{624\ \mathrm{cm}^2} = 3,8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}^2} = 38\ \mathrm{kPa}$.

Tlaková síla je rovna tíze poličky $F = p \cdot S = 2\,400\ \mathrm{N}$.

Poměry tlaků: $\frac{p_1}{p_2} = 3,75$ tlak je 3,75krát menší,

$\frac{p_1}{p_3} = 10$ tlak je 10krát menší,

$\frac{p_1}{p_4} = 39,5$ tlak je 39,5krát menší.

8. Tepelná elektrárna

a) Celkový výkon elektrárny je 550 MW.

Teplo, které je potřeba dodat za 1 den při účinnosti 100 %:

$Q = P \cdot t = 550 \cdot 10^6 \cdot 24 \cdot 3600\ \mathrm{J} = 4,75 \cdot 10^{13}\ \mathrm{J} = 47,5\ \mathrm{TJ}$.

Teplo, které je potřeba dodat za 1 den při účinnosti 36 %:

Q_1 = $Q_1 = \frac{Q}{\eta} = 1,32 \cdot 10^{14}\ \mathrm{J} = 132\ \mathrm{TJ}$.

Je třeba spálit uhlí s hmotností m = $m = \frac{Q_1}{H} = \frac{1,32 \cdot 10^{14}}{12 \cdot 10^6}\ \mathrm{kg} = 11 \cdot 10^6\ \mathrm{kg} = 11000\ \mathrm{t}$.

b) Provoz jaderné elektrárny uspoří každý den 44 000 tun uhlí.

9. Rozmarná společnost

a) $\eta \cdot P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t}{t}$

$t_1 = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t}{\eta \cdot P} = \frac{1,2 \cdot 4\,200 \cdot 85}{0,85 \cdot 2\,000}\ \mathrm{s} = 252\ \mathrm{s}$.

b) Skupenské teplo tání $L_t = m_2 \cdot l_t = 0,15 \cdot 330\ \mathrm{kJ} = 49,5\ \mathrm{kJ}$.

Voda může dodat teplo $Q = m_1 \cdot c \cdot \Delta t = 1,2 \cdot 4\,200 \cdot 15\ \mathrm{J} = 75,6\ \mathrm{kJ} > L_t$

$\Rightarrow$ všechen led roztaje a teplota bude vyšší než $0\ °\mathrm{C}$.

Z kalorimetrické rovnice $m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot l_t + m_2 \cdot c \cdot (t - t_0)$

$$t = \frac{m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot l_t}{(m_1 + m_2) \cdot c} = \frac{1,2 \cdot 4\,200 \cdot 15 - 0,15 \cdot 330\,000}{1,35 \cdot 4\,200}\ ^\circ\mathrm{C} = 4,6\ ^\circ\mathrm{C}.$$

c) $t_2 = \dfrac{Q}{\eta \cdot P} = \dfrac{m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m_2 \cdot l_t + m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t_0)}{\eta \cdot P} =$

$$= 252\ \mathrm{s} + \frac{49\,500 + 0,15 \cdot 4\,200 \cdot 100}{0,85 \cdot 2\,000}\ \mathrm{s} = 318\ \mathrm{s}.$$

10. Ultralehké letadlo

b) Přesnost určení vzdáleností záleží na zvoleném měřítku.
Kansas – 2 000 km – Montreal – 5 000 km – Londýn – 340 km – Paříž – 1 125 km – Řím – 2 200 km – Káhira – 2 000 km – Manama – 1 800 km – Karáčí – 2 400 km – Kalkata – 3 600 km – Šanghaj – 1 800 km – Tokio – 6 800 km – Honolulu – 3 600 km – Los Angeles – 2 400 km – Kansas.
Celkem: 35 065 km, přibližně 35 000 km. Fosset by tedy musel počítat s pomocí větru.

c) Délka 38. rovnoběžky: $l = 2 \cdot \pi \cdot R_Z \cdot \cos 38^\circ = 31580\ \mathrm{km}$.

Doba letu t = $t = \dfrac{l}{v} = \dfrac{31580\ \mathrm{km}}{440\ \dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 71,8\ \mathrm{h}$.

11. Cesta z kopce do kopce

$P_1 = F \cdot v_1 + F_1 \cdot v_1$, $P_2 = F \cdot v_2 - F_1 \cdot v_2$, F_1 je složka tíhy, která působí do kopce proti pohybu, z kopce autu pomáhá. Musíme zjistit odporovou sílu F, z rovnic tedy musíme vyloučit složku tíhy F_1: $F_1 = \dfrac{P_1 - F \cdot v_1}{v_1}$, $\quad P_2 = F \cdot v_2 - \dfrac{P_1 - F \cdot v_1}{v_1} \cdot v_2$,

odtud $F = \dfrac{P_1 \cdot v_2 + P_2 \cdot v_1}{2 \cdot v_1 \cdot v_2} = \dfrac{20\,000 \cdot 20 + 10\,000 \cdot 15}{2 \cdot 20 \cdot 15}\ \mathrm{N} = 917\ \mathrm{N}$.

Výkon po rovině: $P = F \cdot v_3 = 917 \cdot 17,5\ \mathrm{W} \doteq 16\ \mathrm{kW}$.

12. Atmosférický tlak

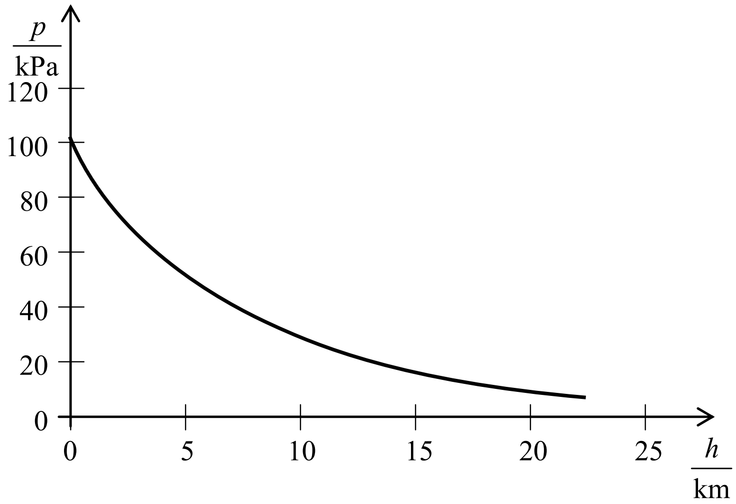
a) $p = 0,5028 \cdot p_0$ tvrzení platí,

b) $p = 0,2528 \cdot p_0 = 25,6\ \mathrm{kPa}$.

c) $p = 0,417 \cdot p_0 = 42,2\ \mathrm{kPa}$.

d)

$\frac{h}{\mathrm{km}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{p}{\mathrm{kPa}}$	101,3	89,4	78,9	69,6	61,4	54,2	47,8	42,2	37,3	32,9	29,0	25,6
$\frac{h}{\mathrm{km}}$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
$\frac{p}{\mathrm{kPa}}$	22,6	20,0	17,6	15,5	13,7	12,1	10,7	9,4	8,3	7,3	6,5	



13. Drátěný čtverec

a) Průřez drátu o průměru 0,4 mm $S = \pi \cdot r^2 = 0{,}126\ \mathrm{mm}^2$.

Odpor 1 m drátu $R = \rho \cdot \dfrac{l}{S} = 0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot \dfrac{1}{0{,}126 \cdot 10^{-6}}\ \Omega \doteq 4\ \Omega$.

Odpor strany čtverce $R_1 = 24\ \Omega$.

Odpor úhlopříčky $R_2 = 34\ \Omega$.

b) Připojení k bodům A a B:

$$\frac{1}{R_{\mathrm{AC}}} = \frac{1}{2 \cdot R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{48\ \Omega} + \frac{1}{34\ \Omega} \Rightarrow R_{\mathrm{AC}} = 20\ \Omega,$$

$$\frac{1}{R_{\mathrm{AB}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + R_{AC}} = \frac{1}{24\ \Omega} + \frac{1}{(24+20)\ \Omega} \Rightarrow R_{\mathrm{AB}} = 15{,}5\ \Omega,$$

$$I_{\mathrm{AB}} = \frac{U}{R_{\mathrm{AB}}} = \frac{12}{15{,}5}\ \mathrm{A} = 0{,}8\ \mathrm{A}.$$

Připojení k bodům A a C:

$$\frac{1}{R_{\mathrm{AC}}} = \frac{1}{2 \cdot R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{2 \cdot R_1} = \frac{1}{48\ \Omega} + \frac{1}{34\ \Omega} + \frac{1}{48\ \Omega} \Rightarrow R_{\mathrm{AC}} = 14{,}1\ \Omega,$$

$$I_{\mathrm{AC}} = \frac{U}{R_{\mathrm{AC}}} = \frac{12}{14{,}1}\ \mathrm{A} = 0{,}85\ \mathrm{A}.$$

Připojení k bodům A a D odpovídá připojení k bodům A a B.

c) Mezi body A a C proud neprochází, odpor R_2 můžeme vynechat.

$$R_{\mathrm{BD}} = R_1 = 24\ \Omega,$$

$$I_{\mathrm{BD}} = \frac{U}{R_{\mathrm{BD}}} = \frac{12}{24}\ \mathrm{A} = 0{,}5\ \mathrm{A}.$$