



Okresní kolo 54. ročníku Fyzikální olympiády v kategoriích E a F

Ivo Volf, Pavel Kabrhel¹, Ústřední komise Fyzikální olympiády, Univerzita Hradec Králové

Ve školním roce 2012/2013 proběhl již 54. ročník soutěže Fyzikální olympiáda, kterou pořádá Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky spolu s Jednotou českých matematiků a fyziků. Tato soutěž byla založena roku 1959 a od 4. ročníku byla rozšířena o kategorii, určenou žákům základních škol.

V letošním roce byly pro žáky základních škol určeny kategorie E, F a G. Kategorie E byla určena žákům 9. ročníků, kategorie F žákům 8. ročníků a kategorie G žákům 7. ročníků a jim věkově odpovídajícím žákům tříd nižšího gymnázia. Všechny tři kategorie měly jak domácí (školní), tak okresní kolo. V domácím kole kategorie E a F měli žáci za úkol vyřešit sedm teoretických úloh a jednu experimentální úlohu. Úspěšným řešitel se stal ten žák, který v pěti úlohách dostal alespoň pět bodů z deseti a vyřešil experimentální úlohu.

V okresním kole, které se uskutečnilo 26. března 2013, bylo úkolem žáků vyřešit čtyři teoretické úlohy. Každá úloha byla bodovaná, za jednu úlohu se dalo získat 10 bodů. Podívejme se nyní na zadání úloh jak v kategorii E, tak v kategorii F. Po zadání následuje řešení úloh pro kontrolu i s bodovým hodnocením. Zkuste si úlohy vyřešit a zjistit, jak byste dopadli. Věříme, že pro vás budou úlohy jednoduché a zvládnete je na plný počet bodů.

Úlohy okresního kola jsou určeny pro zájemce o fyziku, tudíž byly zvoleny tak, aby na jednu stranu mohl skoro každý soutěžící získat alespoň polovinu bodů za každou úlohu, ale zároveň měly také část náročnější, aby bylo možno vytipovat ty nejlepší soutěžící. Za řešení úloh v okresním kole mohl řešitel získat celkem 40 bodů, přičemž úspěšným řešitelem se stal ten soutěžící, který byl hodnocen alespoň ve dvou úlohách nejméně 5 body a celkové hodnocení dosáhlo alespoň 14 bodů.

Úlohy pro kategorii E

FO54E1: Vytápění místnosti

Délka učebny fyziky je 11,2 m, šířka 7,2 m a výška 2,8 m. Hustota vzduchu při teplotě 20 °C je $1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, měrná tepelná kapacita vzduchu je $1\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ a vody $4\,200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

- Určí hmotnost vzduchu v místnosti. Unesl bys tento vzduch, stlačený do igelitového pytle?
- Jestliže by se vlivem netěsností oken a dveří i vedením tepla stěnami snížila teplota v místnosti za 1 hodinu o 5 °C, jaké teplo musí odevzdat teplá voda v ústředním (etážovém) topení vzduchu, aby se opět ohřál na počáteční teplotu? Je-li na vstupu do tělesa teplota vody v potrubí 65 °C a na výstupu teplota vody v potrubí 25 °C, kolik litrů vody musí topením protéct?
- Jaký je výkon radiátoru?

FO54E2: Balení papíru

Bílý křídový papír se prodává v balících po 100 ks ve formátu A4, tedy 297 mm × 210 mm, jeho gramáž je $135 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$. To znamená, že hmotnost daného papíru je 135 g, je-li obsah plochy papíru 1 m².

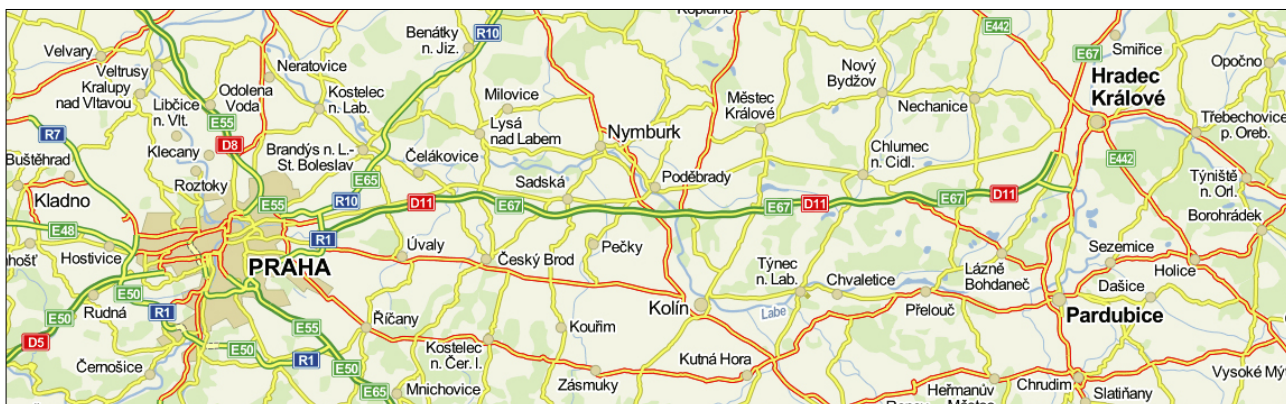
- Určí hmotnost jednoho balíku křídového papíru formátu A4.
- Jaká je hmotnost jednoho listu křídového papíru?
- Jaké jsou rozměry papíru formátu A0? Kolikrát ho musíme přeložit „napůl“, abychom dostali formát A4? Nakresli náčrtek, odpovídající tomuto postupu.
- Jaká je hustota papíru a tloušťka jednoho listu, je-li tloušťka balíku 22 mm?



¹ ivo.volf@uhk.cz, pavel.kabrhel@uhk.cz



FO54E3: Z Hradce do Prahy



Jedeme-li z Hradce Králové do Prahy, můžeme využít dálnice D11. Automobil o hmotnosti $1\,200\text{ kg}$ se po určitý úsek dálnice pohybuje stálou rychlostí $126\frac{\text{km}}{\text{h}}$, odporové síly proti pohybu se pro daný typ karosérie dají vyjádřit celkovou hodnotou $F = k \cdot v^2$, kde konstanta $k = 0,54\frac{\text{N}\cdot\text{s}^2}{\text{m}^2}$ pro případ, že rychlost uvádíme v $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a sílu v newtonech.

- Urči minimální tahovou sílu, kterou musí vyvinout motor automobilu, aby se při dané rychlosti pohyboval automobil rovnoměrně.
- Urči mechanický výkon automobilu.
- Urči spotřebu automobilu (propočítává se v litrech paliva na 100 km) při pohybu po dálnici, je-li celková účinnost motoru automobilu 22% . Dokonalým spálením litru benzínu získáme $32,6\text{ MJ}$ tepla.
- Jestliže čtyřtákní motor obsahuje čtyři válce, kolik paliva se musí dostat při jednom cyklu do válce, koná-li motor $3\,000\frac{\text{ot}}{\text{min}}$?

FO54E4: Spotřebiče v domácnosti

V domácnosti jsou paralelně (vedle sebe) zapojeny tyto spotřebiče s následujícími údaji: rychlovarná konvice $2\,000\text{ W}/230\text{ V}$, mikrovlnná trouba $1\,200\text{ W}/230\text{ V}$, žárovka $60\text{ W}/230\text{ V}$ a druhá žárovka $40\text{ W}/230\text{ V}$.

- Jaký proud prochází jednotlivými spotřebiči v domácnosti při jejich zapnutí, je-li síťové napětí 230 V ? Není přetížen šestnáctiampérový jistič, jsou-li zapojeny všechny čtyři spotřebiče současně?
- Jaký je odpor jednotlivých spotřebičů v domácnosti při síťovém napětí 230 V ?
- Jaký proud bude procházet jednotlivými spotřebiči, jestliže síťové napětí se zvětší na 235 V (přepětí v síti), ale odpor jednotlivých spotřebičů zůstane stejný?
- Jak se změní proud protékající daným jističem, jestliže k uvedeným spotřebičům zapojíme ještě paralelně pátý spotřebič (toustovač $900\text{ W}/230\text{ V}$) a všechny spotřebiče budou současně zapnuty při síťovém napětí 230 V ?

Úlohy pro kategorii F

FO54F1: Převoz dřeva

Řidič jedoucí po silnici předjíždí vlek, jehož rozměry odhadneme: délka vleku 160 cm , šířka vleku 130 cm . Na jeho podlaze jsou uloženy ve směru jízdy trámký o délce 240 cm , výška každého trámku je 14 cm a šířka 9 cm . Hustota čerstvého smrkového dřeva je $650\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, vysušeného dřeva $450\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Trámký jsou ve vleku uloženy jen v jedné vrstvě.

- Urči objem dřeva ve vleku.
- Urči hmotnost dřeva ve vleku, jedná-li se o čerstvé, nebo vysušené.
- Jak se změní výše uvedená hodnota, je-li na vlečném vozíku dřevo ve dvou vrstvách?
- Je-li těžiště prázdného vozíku přesně v místě, jehož svislice prochází prostředkem ložné plochy, jak se posune těžiště při naložení jedné nebo dvou vrstev trámků?



FO54F2: Silniční závod

Petr sleduje tatínka v automobilu při tréninku na silniční závody. Na startu z klidu se automobil dá do pohybu a během 15 s získá rychlost $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, kterou pojede dále po dobu 30 s. Poté bude během 10 s zvyšovat svou rychlost až na $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a touto rychlostí se bude pohybovat po dobu 20 s. Přijede tak do úseku trasy s několika zatáčkami, a proto během 15 s zmenší svou rychlost na $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, oblast zatáček touto rychlostí projede za 60 s, potom zvýší svou rychlost za 50 s na $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a během následujících 80 s se zastaví v místě, kde se začal rozjíždět. Pro úseky, kde se automobil zrychluje nebo zpomaluje, budeme předpokládat, že závislost rychlosti na čase je lineární.

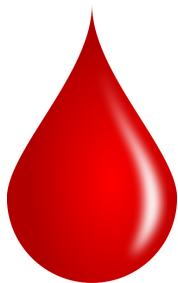
- Urči, jak dlouho trvala jízda po trase.
- Nakresli graf závislosti rychlosti na čase $v = f(t)$.
- Jakou dráhu ujel automobil v úsecích, kdy jel rovnoměrně?
- Jakou dráhu ujel automobil během celé jízdy po okruhu?
- Jaká je průměrná rychlost automobilu na celé trase?



FO54F3: Transfuze krve

Při transfuzi krve po operaci bylo použito tzv. kapkové metody tak, že byla udržována frekvence 40 kapek za minutu, jež odkapávaly z trubičky, vycházející ze zásobníku krve. Celkový objem krve byl 250 ml a měl být přesunut do krevního oběhu za 1,5 h.

- Odhadni průměr kapky krve postupující do krevního oběhu pacienta, je-li ti známo, že objem koule o průměru d je dán matematickým vztahem $V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$.
- Je-li možné přijmout, že hustota krve je $1\,050 \frac{\text{g}}{\text{litr}}$, urči hmotnost kapky krve při této transfuzi.



FO54F4: Voda ke koupání

Z vodovodního ventilu označeného červeně můžou vytékat za 1 min 4 litry vody o teplotě 80°C , z modře označeného může vytékat 6 litrů vody o teplotě 15°C . Měrná tepelná kapacita vody je přibližně $4\,200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

- Do vany chce Adélka nechat natéct 140 litrů vody tak, že ventily uvolní na maximum. Jak dlouho bude natékat stanovený objem vody a jaká bude výsledná teplota vody?
- Protože na koupání se doporučuje užít vodu o teplotě 35°C , kolik studené či teplé vody je třeba přidat, aby této teploty bylo dosaženo?
- Protože však po přidání vody Adélka ještě následujících 30 min telefonovala, voda ve vaně vychladla o 8°C . Určete, kolik teplé vody musí ještě nechat přitéci, aby se teplota vody ve vaně dostala na počáteční teplotu, tedy 35°C . Jaký bude objem vody ve vaně nyní?



Řešení úloh pro kategorii E

Při řešení fyzikálních úloh se zpravidla nejprve dojde k obecnému řešení a teprve poté se dosadí jednotlivé hodnoty. Úlohy z fyzikální olympiády byly sice určeny pro nadané žáky, respektive pro žáky, kteří mají zájem o fyziku, ale protože se jedná o žáky základních škol, je u řešení úloh tolerováno počítání s dílčími číselnými výsledky. Je však nutné dané výsledky správně zaokrouhlit.

**FO54E1: Vytápění místnosti**

Zadané údaje v textu úlohy: délka učebny fyziky je 11,2 m, šířka 7,2 m a výška 2,8 m. Hustota vzduchu při teplotě 20 °C je $1,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, měrná tepelná kapacita vzduchu je $1\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ a měrná tepelná kapacita vody $4\,200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

- a) Určíme hmotnost vzduchu v místnosti. Unese žák devátého ročníku tento vzduch, stlačený do igelitového pytle? **3 b**

$$m = V \cdot \rho$$

$$m = 11,2 \cdot 7,2 \cdot 2,8 \cdot 1,2 \text{ kg} \doteq 271 \text{ kg}.$$

Otázka, jestli žák 9. ročníku unese vzduch stlačený do pytle, měla vést k zamyšlení, že hmotnost „lehkého“ vzduchu nemusí být vždy malá. Při podrobnějším řešení otázky však zjistíme, že nepatří k nejjednodušším. Velmi totiž záleží, do jak velikého pytle budu vzduch stlačen, respektive jaká vztahová síla bude na pytel působit. Zároveň je otázkou, zda igelitový pytel nepraskne při stlačování vzduchu do něho. Proto není ve skutečnosti jednoduché na tuto otázku odpovědět a ani nejsou v zadání k tomu potřebné údaje.

- b) Teplota v místnosti se snížila za 1 hodinu o 5 °C, určíme únik tepla. Je-li na vstupu do tělesa teplota vody v potrubí 65 °C a na výstupu teplota vody v potrubí 25 °C, určíme, kolik litrů vody musí topením protéct. **4 b**

Teplá voda musí odevzdat vzduchu teplo:

$$Q = m \cdot c_1 \cdot \Delta t$$

$$Q = 271 \cdot 1\,000 \cdot 5 \text{ J} = 1\,355 \text{ kJ}.$$

Objem vody, která musí protéct za hodinu tělesem, je dán:

$$V = \frac{Q}{c_2 \cdot (t_1 - t_2) \cdot \rho}$$

$$V = \frac{1\,355\,000}{4\,200 \cdot (65 - 25) \cdot 1\,000} \text{ m}^3 \doteq 8,1 \text{ l}.$$

- c) Jaký je výkon radiátoru? **3 b**

$$P = \frac{Q}{\tau}$$

$$P = \frac{1\,355\,000}{3\,600} \text{ W} \doteq 380 \text{ W}.$$

Výkon radiátoru je přibližně 380 W za předpokladu, že teplo uniká během jedné hodiny rovnoměrně a současně se do radiátoru přivádí teplá voda.

FO54E2: Balení papíru

Zadané údaje z textu: v jednom balíku je 100 ks ve formátu A4, tedy 297 mm × 210 mm, jeho gramáž je $135 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$. To znamená, že hmotnost daného papíru je 135 g, jestliže obsah plochy papíru je 1 m².

- a) Určíme hmotnost jednoho balíku křídového papíru formátu A4. **3 b**

Obsah plochy jednoho listu papíru je:

$$S = 0,297 \cdot 0,21 \text{ m}^2 = 0,062\,37 \text{ m}^2.$$

Obsah plochy 100 listů papíru je:

$$S_{100} = 100 \cdot 0,297 \cdot 0,21 \text{ m}^2 = 6,237 \text{ m}^2.$$

Gramáž je $135 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$, z toho celková hmotnost balíku:

$$m = 6,237 \cdot 135 \text{ g} \doteq 842 \text{ g}.$$

- b) Určíme hmotnost jednoho listu křídového papíru **2 b**

$$m_2 = 0,062\,37 \cdot 135 \text{ g} \doteq 8,42 \text{ g}.$$

- c) Určíme rozměry papíru formátu A0. K tomu nakreslíme náčrtek, odpovídající postupnému překládání.



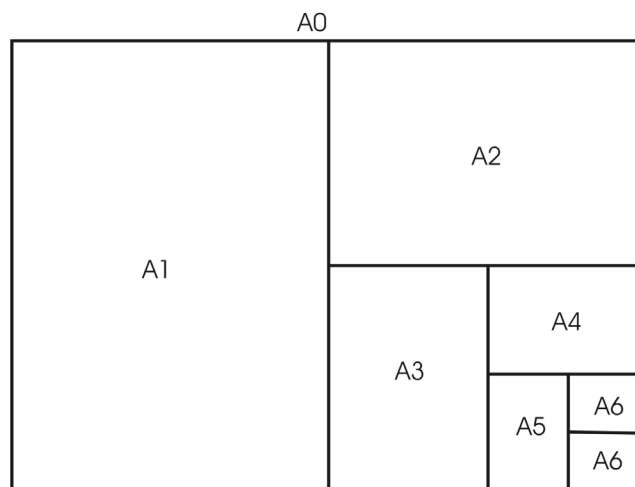
Jestliže čtyřikrát přeložíme list papíru formátu A0, získáme list formátu A4. **2 b**

Rozměry listu papíru formátu A0 jsou:

$$a = 4 \cdot 210 \text{ mm} = 840 \text{ mm}$$

$$b = 4 \cdot 297 \text{ mm} = 1188 \text{ mm}.$$

Obsah listu papíru označeného A0 je tedy $0,997\,92 \text{ m}^2 \doteq 0,998 \text{ m}^2$, přibližně $1,00 \text{ m}^2$. To je v souladu s normou ČSN EN ISO 216, podle níž je řada A formátů papíru definována právě tak, že list A0 má plochu 1 m^2 a poměr stran $1 : \sqrt{2}$.



d) Tloušťka balíku je 22 mm.

3 b

Objem všech listů papíru v balíku o tloušťce d a hustota papíru je:

$$V = S \cdot d$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{S \cdot d}$$

$$\rho = \frac{0,842}{0,062\,37 \cdot 0,022} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \doteq 610 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Tloušťka jednoho listu je:

$$d_1 = \frac{22}{100} \text{ mm} = 0,22 \text{ mm}.$$

FO54E3: Z Hradce do Prahy

Zadané údaje: hmotnost automobilu $1\,200 \text{ kg}$, pohybuje se stálou rychlostí $126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, odporové síly proti pohybu $F = k \cdot v^2$, kde $k = 0,54 \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$.

a) Předpokládáme, že se automobil pohybuje po rovině. Určíme minimální tahovou sílu, kterou musí vyvinout motor, aby se při dané rychlosti pohyboval automobil rovnoměrně: tahová síla F_t musí být rovna odporové F **3 b**

$$F_t = F = k \cdot v^2$$

$$F_t = 0,54 \cdot \left(\frac{126}{3,6} \right)^2 \text{ N} \doteq 662 \text{ N}.$$

b) Určíme mechanický výkon automobilu: **2 b**

Mechanický výkon motoru automobilu je dán vztahem:

$$P = F \cdot v$$

$$P = 662 \cdot \frac{126}{3,6} \text{ W} \doteq 23,2 \text{ kW}.$$

c) Určíme spotřebu automobilu (propočítává se v litrech paliva na 100 km) při pohybu po dálnici, je-li celková účinnost motoru automobilu 22 %. Dokonalým spálením litru benzínu získáme 32,6 MJ tepla. **3 b**

Při ujetí vzdálenosti 100 km vykoná motor automobilu práci:

$$W = F \cdot s$$

$$W = 662 \cdot 100\,000 \text{ J} = 66,2 \text{ MJ}.$$



Při účinnosti motoru 22 % je potřeba, aby se spálením benzínu získalo teplo, které se jen z 22 % využije pro pohyb automobilu:

22 %	66,2 MJ
1 %	3,01 MJ
100 %	301 MJ

Dokonalým spálením litru benzínu získáme 32,6 MJ tepla, potřebujeme 301 MJ tepla. Spotřeba benzínu v litrech při ujetí vzdálenosti 100 km je potom dána:

$$V = \frac{301}{32,6} \text{ l} \doteq 9,22 \text{ l.}$$

- d) Jestliže čtyřtákní motor obsahuje čtyři válce, kolik paliva se musí dostat při jednom cyklu do válce, koná-li motor 3 000 $\frac{\text{ot}}{\text{min}}$? **2 b**

Při dané rychlosti automobil za jednu minutu urazí vzdálenost 2 100 m = 2,1 km. Při ujetí vzdálenosti 100 km se spotřebuje 9,22 l benzínu, při ujetí 1 km se spotřebuje 0,0922 l benzínu a při ujetí vzdálenosti 2,1 km se spotřebuje 0,1937 l.

V motoru jsou celkem čtyři válce, které postupně prochází čtyřmi různými fázemi, z nichž jen jedna je fáze sání a jen při jedné fázi se koná práce. Během jedné otáčky ojnice nastanou dvě fáze, do dvou pístů se tedy nasává palivo. Při celkové spotřebě 0,1937 l za minutu se musí dostat během jedné otáčky do „motoru“ $\frac{0,1937}{3000} \text{ l}$, do jednoho válce se musí dostat $\frac{0,1937}{3000 \cdot 2} \text{ l}$, Z toho vyplývá, že při jednom cyklu se musí dostat do válce $\frac{0,1937}{3000 \cdot 2} \text{ l} \doteq 0,0323 \text{ ml}$.

FO54E4: Spotřebiče v domácnosti

Zadané údaje: jsou paralelně zapojeny tyto spotřebiče s následujícími údaji: rychlovarná konvice 2 000 W/230 V, mikrovlnná trouba 1 200 W/230 V, žárovka 60 W/230 V a druhá žárovka 40 W/230 V.

- a) Určíme proud procházející jednotlivými spotřebiči v domácnosti při jejich zapnutí, je-li síťové napětí 230 V. Problém však je, že odpor jednotlivých spotřebičů, především žárovek není konstantní, závisí na teplotě. Proto vypočtené hodnoty nebudou odpovídat reálné situaci okamžitě po zapnutí spotřebičů, ale až po zahřátí spotřebičů na provozní teplotu. Z tohoto důvodu může dojít k přetížení jističů, ačkoliv podle výpočtů se dostaneme k jinému závěru. V praxi však málokdy okamžitě zapneme všechny spotřebiče najednou, zapínáme je spíše postupně, jeden po druhém. **2 b**

Příkon spotřebiče $P_0 = U \cdot I$, z toho $I = \frac{P_0}{U}$ a pro jednotlivé spotřebiče vychází:

Konvice $I_1 = 8,70 \text{ A}$, trouba $I_2 = 5,22 \text{ A}$, žárovka $I_3 = 0,261 \text{ A}$, druhá žárovka $I_4 = 0,174 \text{ A}$.

Proud procházející jističem je dán součtem jednotlivých proudů, $I = 14,3 \text{ A}$. Jistič podle výpočtů není přetížen. V praxi však při zapnutí spotřebičů může k přetížení dojít.

- b) Určíme odpor jednotlivých spotřebičů v domácnosti při síťovém napětí 230 V. **3 b**
 Příkon spotřebiče $P_0 = U \cdot I$, Ohmův zákon stanoví $U = R \cdot I$, z toho $I = \frac{U}{R}$, příkon spotřebiče poté $P_0 = \frac{U^2}{R}$, z toho odpor $R = \frac{U^2}{P_0}$. Pro jednotlivé spotřebiče vychází:

Konvice $R_1 = 26,5 \Omega$, trouba $R_2 = 44,1 \Omega$, žárovka $R_3 = 882 \Omega$, druhá žárovka $R_4 = 1323 \Omega$.

- c) Určíme dále, jaký proud bude procházet jednotlivými spotřebiči, jestliže síťové napětí se zvětší na 235 V (přepětí v síti), ale odpor jednotlivých spotřebičů zůstane stejný. **2 b**

Z Ohmova zákona $U = R \cdot I$, $I = \frac{U}{R}$:

Konvice $I'_1 = 8,88 \text{ A}$, trouba $I'_2 = 5,33 \text{ A}$, žárovka $I'_3 = 0,267 \text{ A}$, druhá žárovka $I'_4 = 0,178 \text{ A}$. Proud procházející jističem je dán součtem jednotlivých proudů, $I' = 14,7 \text{ A}$. Jistič opět podle výpočtů není přetížen.



- d) Nakonec zjistíme, jak se změní proud protékající daným jističem, jestliže k uvedeným spotřebičům zapojíme ještě paralelně pátý spotřebič (toustovač 900 W/230 V) a všechny spotřebiče budou současně zapnuty při síťovém napětí 230 V. **3 b**

Příkon spotřebiče $P_0 = U \cdot I$, z toho $I = \frac{P_0}{U}$ a pro jednotlivé spotřebiče při napětí 230 V vychází:

Konvice $I_1 = 8,70$ A, trouba $I_2 = 5,22$ A, žárovka $I_3 = 0,261$ A, druhá žárovka $I_4 = 0,174$ A, toustovač $I_5 = 3,91$ A.

Proud procházející jističem je dán součtem jednotlivých proudů, $I'' = 18,3$ A. Jistič je přetížen, a proto přeruší elektrický obvod a proud nebude procházet.

Řešení úloh pro kategorii F

FO54F1: Převoz dřeva

Zadané údaje: délka vleku 160 cm, šířka vleku 130 cm, ve směru jízdy jsou uloženy trámký o délce 240 cm, výška každého trámku je 14 cm a šířka 9 cm. Hustota čerstvého smrkového dřeva je $650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, vysušeného dřeva $450 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Trámký jsou ve vleku uloženy jen v jedné vrstvě.

- a) Určíme objem dřeva ve vleku. **3 b**

Na podlahu se vejde 14 trámků, přičemž část trámků přečnívá vzadu z vleku ven.

$$V = 14 \cdot 2,4 \cdot 0,14 \cdot 0,09 \text{ m}^3 = 423,36 \text{ dm}^3 \doteq 423 \text{ dm}^3.$$

- b) Určíme hmotnost dřeva ve vleku, jedná-li se o čerstvé, nebo vysušené. **3 b**

$$m_{\text{č}} = V \cdot \rho_{\text{č}}$$

$$m_{\text{č}} = 0,423\,36 \cdot 650 \text{ kg} \doteq 275 \text{ kg}$$

$$m_{\text{s}} = V \cdot \rho_{\text{s}}$$

$$m_{\text{s}} = 0,423\,36 \cdot 450 \text{ kg} \doteq 191 \text{ kg}.$$

- c) Je-li na vlečném vozíku dřevo ve dvou vrstvách, potom **2 b**

$$V_2 = 2 \cdot 14 \cdot 2,4 \cdot 0,14 \cdot 0,09 \text{ m}^3 = 846,72 \text{ dm}^3 \doteq 847 \text{ dm}^3$$

$$m_{\text{č}2} = V_2 \cdot \rho_{\text{č}}$$

$$m_{\text{č}2} \doteq 550 \text{ kg}.$$

$$m_{\text{s}2} = V_2 \cdot \rho_{\text{s}}$$

$$m_{\text{s}2} \doteq 381 \text{ kg}.$$

- d) Změna polohy těžiště naloženého vozíku oproti prázdnému vozíku: jak se posune těžiště při naložení jedné nebo dvou vrstev trámků? **2 b**

Protože trámký přečnívají vzadu z vozíku, těžiště se posune ve vodorovném směru k zadní části vozíku.

O jakou vzdálenost se změní poloha těžiště, nelze ze zadání určit, neboť nebyla udána hmotnost vozíku. Při naložení druhé vrstvy trámku se těžiště ještě více posune směrem k zadní části vozíku.

FO54F2: Silniční závod

Zadané údaje vyhledáme v textu a budeme jich postupně využívat při řešení.

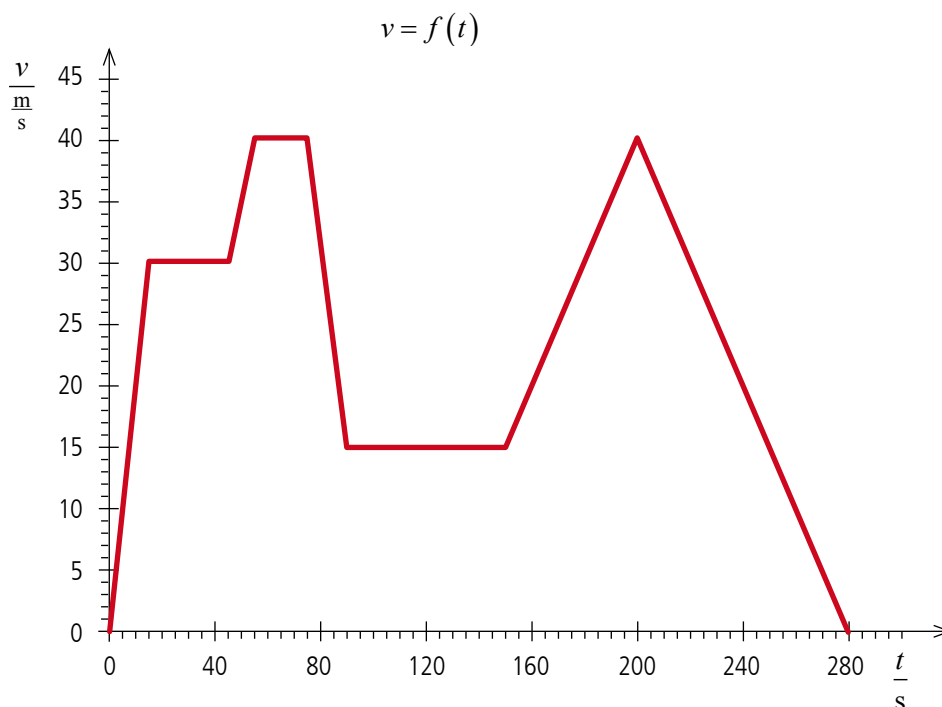
- a) Určíme, jak dlouho trvala jízda po trase. **1 b**

$$t = (15 + 30 + 10 + 20 + 15 + 60 + 50 + 80) \text{ s} = 280 \text{ s}.$$

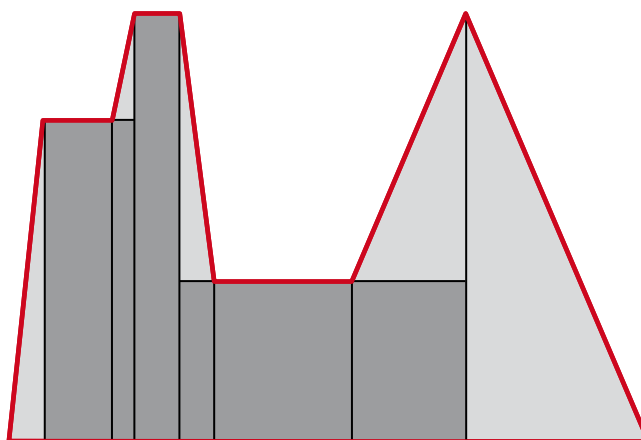
- b) Nakreslíme graf závislosti rychlosti na času $v = f(t)$, viz následující strana. **3 b**

- c) Určíme dráhu, kterou ujel automobil v úsecích, kdy jel rovnoměrně. Dráha v metrech je dána obsahem plochy pod grafem, přičemž počítáme pouze úseky s rovnoměrným pohybem. **2 b**

$$s_{\text{r}} = 2\,600 \text{ m}.$$



- d) Určíme celkovou dráhu, kterou ujel automobil během celé jízdy po okruhu. Dráha je opět dána obsahem plochy pod grafem. Daný geometrický útvar je třeba si rozdělit na obdélníky a trojúhelníky, jejichž obsah již není problém vypočítat. **3 b**



$$s_c = 6\,562,5 \text{ m} \doteq 6\,560 \text{ m}.$$

- e) Stanovíme průměrnou rychlost automobilu na celé trase. **1 b**

$$v_p = \frac{s_c}{t}$$

$$v_p = \frac{6\,562,5}{280} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 23,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \doteq 23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \doteq 84 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

FO54F3: Transfuze krve

Při transfuzi krve po operaci byla udržována frekvence 40 kapek za minutu, jež odkapávaly z trubičky, vycházející ze zásobníku krve. Celkový objem krve byl 250 ml a měl být přesunut do krevního oběhu za 1,5 h.



- a) Odhadneme nejprve průměr kapky krve postupující do krevního oběhu pacienta, využijeme informace, že objem koule o průměru d je dán matematickým vztahem $V = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$. **6 b**

Celkový objem krve byl 250 ml, počet kapek za 1 minutu 40, za 1,5 hodiny 3 600, objem jedné kapky 0,0694 ml. Potom průměr jedné kapky za předpokladu, že kapky jsou kulové:

$$d = \sqrt[3]{\frac{V \cdot 6}{\pi}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{0,000\,000\,069\,4 \cdot 6}{\pi}} \text{ m} \doteq 5,1 \text{ mm}.$$

- b) Hustota krve je $1\,050 \frac{\text{g}}{\text{litr}}$, pak určíme hmotnost kapky krve při této transfuzi. **4 b**
Hmotnost kapky krve při transfuzi:

$$m = V \cdot \rho$$

$$m = 0,000\,069\,4 \cdot 1050 \text{ g} \doteq 0,073 \text{ g}.$$

FO54F4: Voda ke koupání

Zadané údaje z textu: Z vodovodního ventilu vytékají za 1 min 4 litry vody o teplotě 80°C , a 6 litrů vody o teplotě 15°C . Měrná tepelná kapacita vody je přibližně $4\,200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

- a) Jak dlouho bude do vany natékat 140 litrů vody tak, že ventily budou uvolněny na maximum? Určíme, jak dlouho bude natékat stanovený objem vody a jaká bude výsledná teplota vody. **4 b**

Za 1 min přiteče do vany 6 litrů vody o teplotě 15°C a 4 litry vody o teplotě 80°C , dohromady 10 litrů za 1 min. 140 litrů vody nateče za 14 min. Výslednou teplotu vody zjistíme pomocí kalorimetrické rovnice, počítáme s hustotou vody $\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$:

$$m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t)$$

$$t = \frac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$t = \frac{56 \cdot 80 + 84 \cdot 15}{(56 + 84)} ^\circ\text{C} = 41 ^\circ\text{C}.$$

- b) Na koupání se doporučuje užít vodu o teplotě 35°C , určíme, kolik studené či teplé vody je třeba přidat, aby této teploty bylo dosaženo. **3 b**

Musíme přidat vodu studenou.

$$m \cdot c \cdot (t - t') = m_3 \cdot c \cdot (t' - t_2)$$

$$m_3 = \frac{m \cdot (t - t')}{(t' - t_2)}$$

$$m_3 = \frac{140 \cdot (41 - 35)}{(35 - 15)} \text{ kg} = 42 \text{ kg}.$$

$$V_3 = 42 \text{ l}.$$

- c) Protože však po přidání vody Adélka ještě následujících 30 min telefonovala, voda ve vaně vychladla o 8°C . Určete, kolik teplé vody musí ještě nechat přitéci, aby se teplota vody ve vaně dostala na počáteční teplotu, tedy 35°C . Jaký bude objem vody ve vaně nyní? **3 b**

$$(m_3 + m) \cdot c \cdot \Delta t = m_4 \cdot c \cdot (t_1 - t')$$

$$m_4 = \frac{(m_3 + m) \cdot \Delta t}{(t_1 - t')}$$



$$m_4 = \frac{(140 + 42) \cdot 8}{(80 - 35)} \text{ kg} \doteq 32 \text{ kg.}$$
$$V_4 \doteq 32 \text{ l.}$$

Celkový objem vody ve vaně bude:

$$V = \frac{(m + m_3 + m_4)}{\rho}$$
$$V = \frac{(140 + 42 + 32)}{1\,000} \text{ m}^3 \doteq 214 \text{ l.}$$

Zaujaly Vás úlohy? Doufáme, že ano a že jsou pro vás inspirující. V příštím čísle se můžete těšit na úlohy z krajského kola kategorie E.

Chtěli bychom také touto cestou poděkovat všem vyučujícím, kteří se věnují nadaným žákům a umožňují jim se zúčastnit soutěže. Rádi bychom, aby se nadcházející 55. ročník rozšířil na všechny základní školy.

Velmi často se v posledních letech hovoří o tom, že žáci našich škol (ať základních nebo středních) nemají dostatečně hluboké vzdělání ve fyzice a potřebný kladný vztah k matematice, přírodovědným a technickým předmětům. Jedním z hlavních úkolů Fyzikální olympiády je tento trend, neblahý pro naši společnost jako celek, ale např. i pro profesní rozhodování mladých lidí, zastavit a najít formy práce i vhodné náměty, které by bylo možné na školách využívat. Každým rokem připravuje Ústřední komise Fyzikální olympiády 32 (dosti) originálních úloh, v nichž se ukazuje, že fyzika je všude kolem nás a že jejích výsledků běžně používáme (leckdy ani o tom sami nevíme).