



## Krajské kolo 54. ročníku Fyzikální olympiády v kategorii E

Ivo Volf, Pavel Kabrhel<sup>1</sup>, Ústřední komise Fyzikální olympiády, Univerzita Hradec Králové

Krajské kolo Fyzikální olympiády je organizováno každým rokem pro soutěžící, kteří se úspěšně zúčastnili okresního kola v kategorii E, tedy pro žáky 9. ročníků škol, poskytujících základní vzdělání (základních škol a odpovídajících ročníků gymnázií). Úspěšným řešitelem je ten účastník, který získá v soutěži nejméně 5 bodů alespoň ve dvou úlohách a současně nejméně 14 bodů celkem. Pro kategorii E je krajské kolo nejvyšší soutěží a po jejím absolvování pro daný ročník pro soutěžící Fyzikální olympiáda končí.

V minulém článku jsme čtenáře seznámili s úlohami okresního kola Fyzikální olympiády v kategorii E a F. Nyní se s vámi chceme podělit o úlohy z krajského kola v kategorii E, které navazuje na okresní kolo a bylo uspořádáno 18. dubna 2013. Do tohoto kola byli vybráni nejlepší účastníci okresního kola z jednotlivých okresů daného kraje. Jejich úkolem bylo opět během 4 hodin vyřešit čtyři teoretické úlohy. Úspěšnými řešiteli se stali soutěžící, kteří vyřešili alespoň dvě úlohy s bodovým hodnocením alespoň 5 bodů a zároveň získali celkově za všechny úlohy minimálně 14 bodů. Jestliže chcete, zkuste si úlohy vyřešit. Po zadání samozřejmě následuje řešení úloh, pro kontrolu i s bodovým hodnocením.

### Úlohy krajského kola 54. ročníku Fyzikální olympiády kategorie E

Do krajského kola jsou zařazeny většinou úlohy problémové, u kterých nelze pouze dosadit do vzorce. Vyžadují spojit vědomosti z několika částí fyziky. Je to z důvodu, že jsou určeny pro zájemce o fyziku, tudíž se jedná o úlohy vyžadující náročnější řešení, než se kterým se obvykle setkávají v běžných hodinách na škole.

#### FO54E1: Víkend na chatě

Rodinná rada rozhodla, že se o víkendu pojedou na chatu. Rodiče pojedou autem po silnici a povezu zásoby potravin, děti Katka a Vašek pojedou na bicyklech po polních a lesních cestách a obě skupiny se nakonec sejdou až na chatě. Otec a matka nasedli v 10:30 h do automobilu a v 11:45 h se zastavili na parkovišti restaurace, které je od domova vzdáleno 75 km. Rozhodli se poobědvat a v 12:25 h pokračovat dále na chatu. Bohužel se jim však nepodařilo automobil po obědě nastartovat, a proto se rozhodli dojít na chatu pěšky: na záda vzali nejnужnější zásoby potravin a vydali se v uvedený čas rychlostí  $4,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  polními a lesními cestami po trase 9,0 km. Katka s Vaškem vyrazili již v 10:00 h průměrnou rychlostí  $4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  a na chatu to měli po polních a lesních cestách celkem 65 km.

- Kdo se dostal na chatu dříve, rodiče nebo děti?
- Přítel Katky mohl vyrazit z místa bydliště (nedaleko Katčina) až v 11:30 h, ale jako sportovec jel stálou rychlostí  $7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Dostihl dvojici cyklistů ještě předtím, než dorazili na chatu?
- V 15:00 h odjel otec se svým kamarádem-autoopravářem zpátky na parkoviště stejnou cestou, jako přišli s matkou z parkoviště (povolená rychlost na cestě je nejvýše  $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ). Jestliže oprava trvala jenom 45 min, za jakou minimální dobu se můžou oba muži vrátit na chatu?



<sup>1</sup> ivo.volf@uhk.cz, pavel.kabrhel@uhk.cz

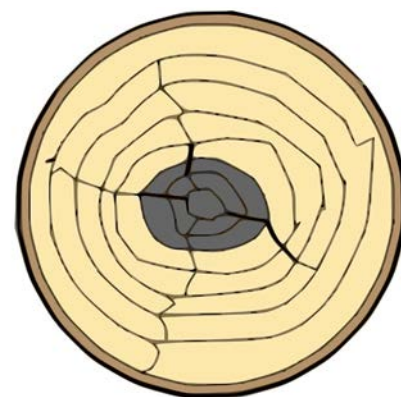
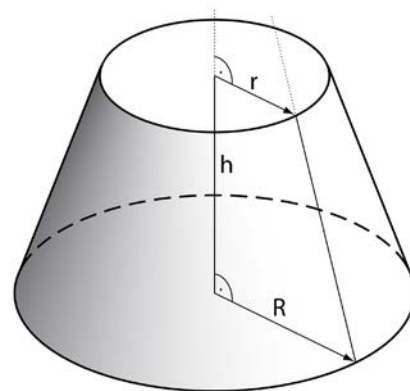
**FO54E2: Těžba dřeva**

Při kácení získali majitelé lesa celkem 60 kmenů, které oklestili a zkrátali na délku 16 m. Průměr kmenů je na širším konci 44 cm, na užším jen 24 cm. Hustota suchého dřeva je  $480 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , mokrého dřeva  $640 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Stahováním dřeva se kmeny dostaly až k cestě, která vede po břehu řeky.

- a) Určete objem a hmotnost jednoho kmenu, jestliže kmen představuje komolý kužel, jehož objem vypočítáme ze vztahu

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2).$$

- b) Při stahování kmenů k cestě se užívá páru koní nebo traktoru, přičemž se kmen sune po podloží. Jak velkou silou je nutno kmen přesunovat po vodorovné ploše, po trávě nebo jehličí, je-li součinitel smykového tření 0,25?
- c) Majitelé se rozhodli převést na pilu kmeny na vozech s tahačem; šířka vozu mezi opěrnými sloupy je 2,10 m, na sebe lze nastavět jen pět vrstev kmenů. Do délky vozu se kmeny vejdou jen jednou. Jaká je hmotnost jednoho nákladu? Stačí dva vozy?
- d) Majitelé zvažovali, zda by nešlo kmeny splavit po řece. Vytvořili by tedy vor (kmeny by byly spojeny lany nebo latěmi s hřebíky). Jak velkou částí svého objemu by se kmeny ponořily do vody, když by byly vory sestaveny ze suchých kmenů (určete pomocí procentní hodnoty ponořené části kmenů vzhledem k celkovému objemu). Jak by se situace s ponořením změnila, když by dřevo ve vodě zvlhlo?

**FO54E3: Malá, avšak důležitá místnost**

V nejmenší domácí uzavřené místnosti (WC) je instalována nádoba na vodu, do které přitéká voda po dobu 50 s a po uvolnění odtoku se nádoba vyprázdní za dobu 10 s. Rozměry nádoby tvaru kváдру jsou ve vodorovném směru 4,00 dm a 12,5 cm. Nejvyšší hladina vody je 24,0 cm nad dnem nádoby, když voda vyteče, zůstane v nádobě zbytek vody o výšce 4,0 cm. Voda přitéká do nádoby trubicí, jejíž vnitřní průměr je 1,27 cm. Víme, že po dosažení nejvyšší hodnoty hladiny se přítok vody automaticky zastaví.



- a) Kolik vody vyteče z nádoby při jednom spláchnutí a kolik vody musí zase natéci, než se přívod vody zastaví?
- b) Předpokládáme-li, že hladina vody se při napouštění zvyšuje rovnoměrně s časem a během vytékání se rychlost vody poněkud mění (rychlost vytékání vody je dána vztahem  $v = \sqrt{2 \cdot h \cdot g}$ , kde  $h$  je výška hladiny vody nad výtokovým otvorem), načrtněte průběh změn hladiny vody při dvou po sobě následujících spláchnutích.
- c) Jakou rychlostí přitéká voda do nádoby (určete v jednotkách  $\frac{\text{litr}}{\text{minuta}}$ ,  $\frac{\text{metr krychlový}}{\text{hodina}}$  a také určete lineární rychlost vody v  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ )?
- d) Jednou se stalo, že se přítok vody (z důvodu vodního kamene) nezastavil a voda záchodem protékala. Bohužel se to stalo právě ve chvíli, kdy v sobotu ráno v 8:00 h rodina odjela na chatu, a toto protékání nikdo nezaregistroval. Z chaty dorazila rodina až v neděli podvečer v 18:00 h. Kolik vody proteklo zbytečně záchodem? Určete i finanční ztrátu rodiny při taxě  $72 \frac{\text{Kč}}{\text{m}^3}$  na vodném a stočném.



### FO54E4: Odpor vodiče

Elektrický odpor drátu se dá vypočítat pomocí vztahu  $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ , kde  $R$  je elektrický odpor,  $\rho$  je měrný elektrický odpor, který lze pro daný materiál nalézt v tabulkách,  $l$  je délka drátu a  $S$  je obsah příčného průřezu drátu. Odpor vychází v základních jednotkách, jestliže ostatní veličiny ve vzorcích jsou také v základních jednotkách.

- Vypočtete elektrický odpor měděného drátu, jehož délka je 5 m, obsah příčného průřezu je  $1 \text{ mm}^2$  a měrný elektrický odpor je  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .
- Jak se změní celkový elektrický odpor drátu, jestliže ho rozdělíme na dvě stejné poloviny, které položíme vedle sebe a jejich konce spojíme tak, že po zapojení do obvodu jsou obě poloviny drátu k sobě paralelně?
- Představte si případ, kdy hmotnosti dvou měděných drátů budou stejné, ale první drát bude dvakrát delší než druhý. Kolikrát větší, nebo menší bude elektrický odpor prvního drátu než druhého?

## Řešení úloh krajské kolo 54. ročníku Fyzikální olympiády kategorie E

### FO54E1: Víkend na chatě

Použijeme údaje zadané v textu úlohy.

- Určíme, kdo se dostal na chatu dříve: **4 b**  
 Otec a matka vyrazili v 12:25 h na chatu pěšky rychlostí  $4,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  po trase 9,0 km. Cesta jim tedy trvala  $t = \frac{9,0}{4,5} \text{ h} = 2 \text{ h}$ . Dorazili tedy ve 14:25 h. Katka a Vašek vyrazili v 10:00 h rychlostí  $4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  a urazili 65 km. Cesta jim trvala  $t_2 = \frac{65000}{4,5} \text{ s} \doteq 4 \text{ h}$ . Dorazili ve 14:00 h, tedy dříve než rodiče v 14:25 h.
- Přítel Katky mohl vyrazit z místa bydliště později. **3 b**  
 Vyrazil v 11:30 h rychlostí  $7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  a musel urazit 65 km. Cesta mu tedy trvala  $t_3 = \frac{65000}{7,5} \text{ s} \doteq 2,4 \text{ h}$ . Na chatu by uvedenou rychlostí přijel asi v 13:54 h, což znamená, že Katku dojel ne moc daleko od chaty.
- Stanovíme ještě, jak to bylo s opravou automobilu. **3 b**  
 Délka cesty tam a zpět je 18,0 km a povolená rychlost na cestě je nejvýše  $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Doba opravy byla 45 min. Celková doba je dána:  $t_4 = \frac{18}{30} \text{ h} + 0,75 \text{ h} = 1,35 \text{ h}$ .

### FO54E2: Těžba dřeva

Při řešení musíme použít údaje o suchém i vlhkém dřevu.

- K určení objemu a hmotnosti kmenu použijeme  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$ . **2b**  
 Objem jednoho kmenu je:  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot (0,22^2 + 0,22 \cdot 0,12 + 0,12^2) \text{ m}^3 \doteq 1,5 \text{ m}^3$ . Hmotnost kmene je dána vztahem:  $m = V \cdot \rho$ , pro suchý kmen vychází  $m_s = 1,5 \cdot 480 \text{ kg} = 720 \text{ kg}$ . Hmotnost mokrého kmene je  $m_m = 1,5 \cdot 640 \text{ kg} = 960 \text{ kg}$ .
- Při stahování kmenů k cestě se kmen sune po podloží. Určíme, jak velkou silou je nutno kmen přesunovat po trávě nebo jehličí, je-li součinitel smykového tření 0,25. **2 b**  
 Země působí na kmen tíhovou silou  $F_G = m \cdot g$ . Proti pohybu působí země silou třecí  $F_t$ . Na kmen je třeba působit minimálně stejně velikou silou  $F = m \cdot g \cdot f$ , pro mokrý kmen vychází  $F_1 = 960 \cdot 10 \cdot 0,25 \text{ N} = 2,4 \text{ kN}$ .



c) Určíme, jaká je hmotnost jednoho nákladu:

3 b

Do délky vozu se kmeny vejdou právě jednou, do výšky lze dát pět vrstev, do šířky se vejde při dobrém narovnání (střídají se užší a širší konce  $0,24 + 0,44 + 0,24 + 0,44 + 0,24 + 0,44$ ) 6 kmenů, při horším narovnání (všechny širší konce na jedné straně vozu  $0,44 + 0,44 + 0,44 + 0,44$ ) jen 4 kmeny. Při dobrém narovnání se vejde do jednoho vozu celkem  $6 \cdot 1 \cdot 5 = 30$  kmenů o celkové hmotnosti 28,8 t. Dva vozy stačí, budou oba zcela naplněny. Při horším narovnání se vejde do jednoho vozu celkem  $4 \cdot 1 \cdot 5 = 20$  kmenů o celkové hmotnosti 19,2 t. Dva vozy nestačí, naplní se celkem 3 vozy.

d) Při vytvoření voru uvážíme působící síly:

3 b

Pro plovoucí kmen bude platit, že velikost tíhové síly, kterou působí Země na kmen, je stejná, jako velikost vztlačkové síly, kterou působí voda o hustotě  $\rho_v$ . Objem ponořené části tělesa je  $V_p$ .

$$F_G = F_{vz}$$

$$V \cdot \rho \cdot g = V_p \cdot \rho_v \cdot g$$

$$\frac{V_p}{V} = \frac{\rho}{\rho_k}$$

Pro suché dřevo vychází:  $\frac{V_p}{V} = \frac{480}{1000} = 48 \%$ .

Pro mokré dřevo vychází:  $\frac{V_p}{V} = \frac{640}{1000} = 64 \%$ .

### FO54E3: Malá, avšak důležitá místnost

Pro lepší pochopení nakreslíme náčrtek a půjdeme se na toto zařízení podívat.

a) Určíme, kolik vody vyteče z nádoby při jednom spláchnutí a kolik vody musí zase natéci, než se přívod vody zastaví:

1 b

Objem vody, která vyteče při spláchnutí (respektive musí zase přitéci), je dán vztahem:

$$V = 0,4 \cdot 0,125 \cdot (0,24 - 0,04) \text{ m}^3 = 0,01 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm}^3.$$

b) Předpokládáme, že hladina vody se při napouštění zvyšuje rovnoměrně s časem a během vytékání se rychlost vody poněkud mění.

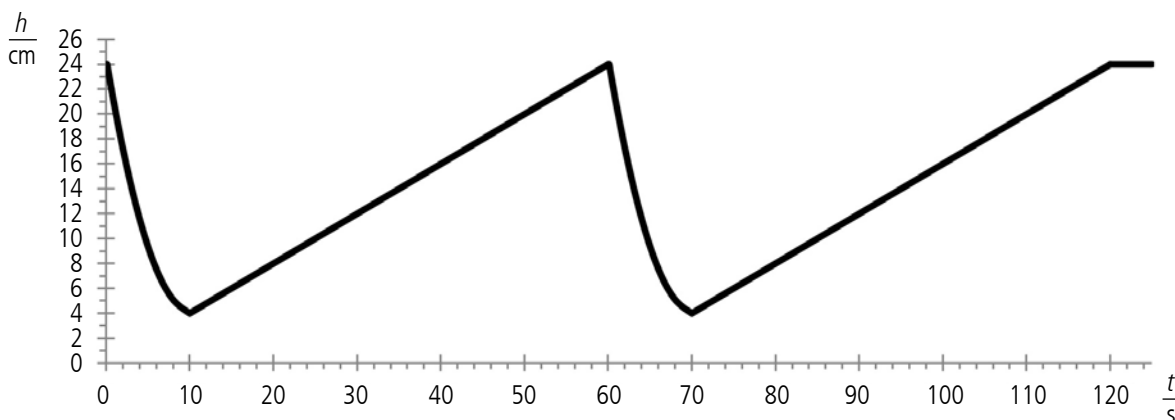
3 b

Maximální objem vody v nádobě je  $V_{max} = 0,4 \cdot 0,125 \cdot 0,24 \text{ m}^3 = 0,012 \text{ m}^3 = 12 \text{ dm}^3$ .

Minimální objem vody v nádobě je  $V_{min} = 0,4 \cdot 0,125 \cdot 0,04 \text{ m}^3 = 0,002 \text{ m}^3 = 2 \text{ dm}^3$ .

Čas napouštění je 50 s, rychlost napouštění můžeme považovat za konstantní.

Čas vypouštění je 10 s, rychlost vypouštění je závislá na výšce hladiny vody v nádobce. Na začátku je největší, ke konci je stále menší a menší.



Graf 1 – závislost výšky hladiny vody v nádobce na čase



- c) Rychlost přitékání vody do nádoby (určíme v jednotkách  $\frac{\text{litr}}{\text{minuta}}$ ,  $\frac{\text{metr krychlový}}{\text{hodina}}$ , tedy jako objemový tok, a také určíme lineární rychlost přitékající vody v  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ). **3 b**

Rychlost přitékání vody do nádoby je dána poměrem objemu nateklé vody za určitou dobu a této doby. Za 50 s přiteče  $10 \text{ dm}^3$ . Rychlost přitékání vody je tedy  $12 \frac{1}{\text{min}}$ ,  $0,72 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ . Vnitřní průměr trubice je 1,27 cm, obsah příčného průřezu je  $S = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \doteq 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ . Rychlost přitékání vody je  $0,72 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ . Lineární rychlost vody

v trubici je přibližně  $\frac{0,72}{1,3 \cdot 10^{-4}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

- d) Určíme, kolik vody protéklo zbytečně záchodem. Určíme i finanční ztrátu rodiny při taxě  $72 \frac{\text{Kč}}{\text{m}^3}$  na vodném a stočném. **3 b**

Za 50 s přiteče  $10 \text{ dm}^3$ . Od sobotního rána v 8:00 h do nedělního podvečera v 18:00 h je celkem 34 hodin, což je 122 400 sekund. Za jednu sekundu přiteče  $0,2 \text{ dm}^3$ . Za celou dobu protéklo záchodem necelých  $24,5 \text{ m}^3$ . Jedná se tedy o částku asi 1 760 Kč.

#### FO54E4: Odpor vodiče

- a) Vypočteme elektrický odpor měděného drátu, jehož délka je 5 m, obsah příčného průřezu je  $1 \text{ mm}^2$  a měrný elektrický odpor je  $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . **1 b**

$$R = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{5}{1 \cdot 10^{-6}} \Omega = 0,085 \Omega.$$

- b) Určíme, jak se změní celkový elektrický odpor drátu, jestliže ho rozdělíme příčným řezem na dvě stejné poloviny, které položíme vedle sebe a jejich konce spojíme tak, že po zapojení do obvodu jsou obě poloviny drátu k sobě paralelně. **3 b**

Při rozdělení drátu na dvě stejné poloviny, bude odpor jedné části drátu  $\frac{R}{2}$ . Jestliže dvě části k sobě spojíme paralelně, výsledný odpor je dán:  $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{\frac{R}{2}} + \frac{1}{\frac{R}{2}}$ ,  $R_c = \frac{R}{4}$ .

K výsledku lze dojít také jednoduchou myšlenkou. Délka vodiče je dvakrát menší, odpor je poloviční. Obsah příčného průřezu vodiče je dvakrát větší, odpor vodiče je opět dvakrát menší. Výsledný odpor je čtyřikrát menší než původní.

- c) Představme si případ, kdy hmotnosti dvou měděných drátů jsou stejné, ale první drát bude dvakrát delší než druhý. Kolikrát větší, nebo menší bude elektrický odpor prvního drátu, než druhého? **6 b**

Jsou-li hmotnosti drátů stejné a oba jsou z mědi, poté musí být stejné i jejich objemy. Je-li první drát dvakrát delší než druhý, jeho obsah příčného průřezu musí být poloviční. Bude-li odpor kratšího drátu  $R$  a délka delšího drátu je dvojnásobná než kratšího a jeho obsah příčného průřezu je poloviční než kratšího, poté se jedná o opačný postup v úloze b). Odpor delšího vodiče je tedy  $4R$ .

Jak se vám dařilo? Předpokládáme, že jste nejen úspěšní řešitelé, ale také, že se vám naše úlohy líbily. Pokud ne, velice oceníme, když nám napíšete vaše náměty na zlepšení nebo přímo náměty na úlohy.

#### Zdroje obrazového materiálu

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mets%C3%A4n\\_vartijan-m%C3%B6kki.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mets%C3%A4n_vartijan-m%C3%B6kki.jpg)

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kegelstumpf.svg>

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kern%C3%A4ule.svg>

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bathroom-gender-sign.png>